Rapport du jury

Agrégation interne de mathématiques

2024

Table des matières

1 Généralités et statistiques

1.1 Déroulement de la session 2024 et programme de la session 2025

Les épreuves écrites ont eu lieu les 31 janvier et premier février 2024. La liste d'admissibilité a été signée le 7 mars 2024 avec 366 admissibles pour l'agrégation interne et 47 pour le CAERPA. Cette liste a été publiée le 12 mars 2024 sur `https://cyclades.education.gouv.fr/candidat/publication/CE2`.

Les épreuves orales se sont déroulées du 7 au 16 avril 2024 dans les locaux de l'ENCPB–lycée Pierre-Gilles-de-Gennes. Le jury remercie très chaleureusement le lycée et son personnel pour son accueil qui a permis une passation sereine des oraux. La liste d'admission a été signée le 18 avril 2024 avec 180 admis pour l'agrégation interne et 21 pour le CAERPA, plus une liste complémentaire de 6 candidats pour l'agrégation interne. Cette liste a été publiée sur Cyclades le 19 avril 2024. Tous les postes mis au concours de l'agrégation interne et du CAERPA ont ainsi été pourvus.

Le programme du concours pour la session 2025 est identique à celui des années précédentes. Il est disponible sur le site `https://www.devenirenseignant.gouv.fr/`.

1.2 Barres d'admission et d'admissibilité

Pour la session 2024, 1248 candidats se sont présentés aux deux épreuves écrites, 34 se sont présentés uniquement à la première et 23 uniquement à la seconde. La barre d'admissibilité a été fixée à 89 points sur 200 pour l'agrégation interne et à 106 sur 200 pour le CAERPA, la note de chacune des deux épreuves étant rapportée sur 100. Le nombre d'admissibles rapporté au nombre des postes offerts est très proche de 2 pour l'agrégation interne et de 2,25 pour le CAERPA.

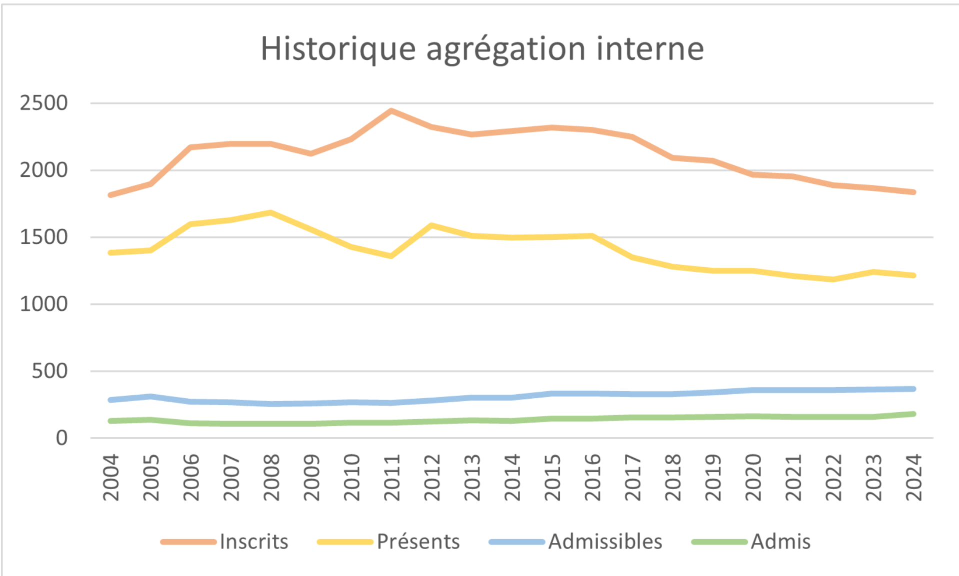
Parmi les 366 admissibles à l'agrégation interne, 346 ont passé les deux épreuves orales, ce qui donne un taux d'absentéisme de 5,5%. Parmi les 47 admissibles au CAERPA, 45 ont passé les deux épreuves orales, soit un taux d'absentéisme de 4,3%. En rapportant la note de chacune des quatre épreuves sur 100 points, le total de points du dernier admis était de 209,45 sur 400 pour l'agrégation interne et de 228,95 sur 400 pour le CAERPA. Ces barres étaient de 213,05 points et 238,85 points en 2023. La baisse de la barre d'admission à l'agrégation interne s'explique largement par l'augmentation du nombre de postes offerts au concours. Le jury a également proposé une liste complémentaires de 6 candidats pour l'agrégation interne. Le total de points du dernier inscrit sur cette liste était de 207,55 sur 400.

1.3 Historique des concours

Les tableaux et diagrammes suivants illustrent l'évolution des concours depuis 2004 : nombre de postes, d'inscrits, de présents aux épreuves écrites, d'admissibles et d'admis.

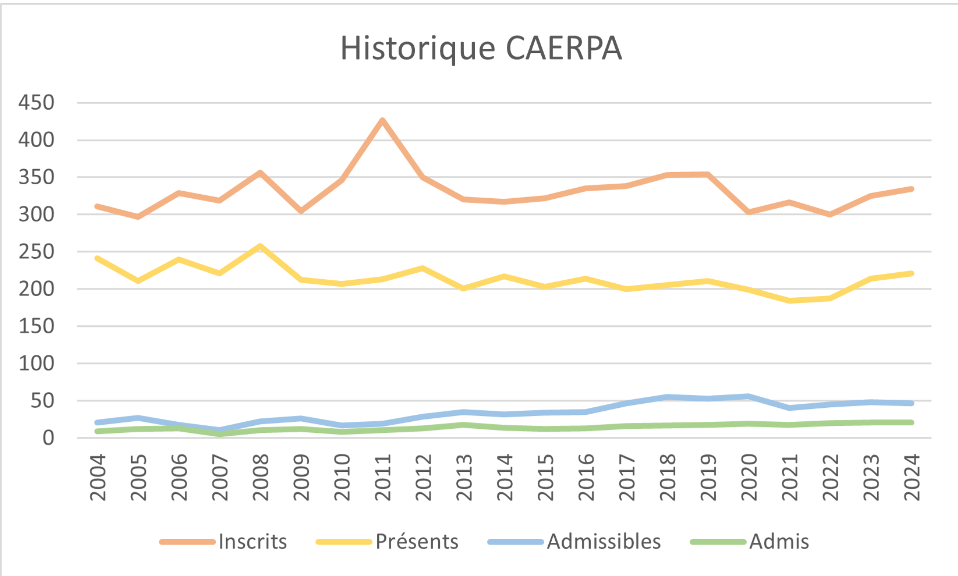
Pour l'agrégation interne :

Année	Postes	Inscrits	Présents écrits	Admissibles	Admis
2004	130	1813	1382	287	130
2005	138	1897	1401	311	138
2006	110	2172	1599	273	110
2007	107	2198	1627	267	107
2008	107	2195	1682	257	107
2009	107	2124	1559	258	107
2010	114	2229	1426	267	114
2011	116	2442	1359	263	116
2012	125	2324	1589	281	125
2013	135	2266	1510	303	135
2014	130	2290	1495	302	130
2015	145	2317	1501	332	145
2016	148	2299	1510	333	148
2017	155	2248	1349	329	155
2018	155	2090	1280	330	155
2019	160	2071	1251	340	160
2020	165	1967	1250	358	165
2021	160	1951	1212	360	160
2022	160	1886	1183	360	160
2023	160	1865	1242	363	160
2024	180	1837	1215	366	180+6



Pour le CAERPA :

Année	Contrats	Inscrits	Présents écrits	Admissibles	Admis
2004	24	311	241	21	9
2005	19	297	211	27	12
2006	19	329	240	18	13
2007	20	319	221	11	5
2008	15	356	258	22	11
2009	14	305	212	26	12
2010	12	346	207	17	8
2011	11	427	213	19	11
2012	13	350	228	29	13
2013	18	320	201	35	18
2014	19	317	217	32	14
2015	20	322	203	34	12
2016	13	335	214	35	13
2017	16	338	200	47	16
2018	17	353	205	55	17
2019	18	354	211	53	18
2020	19	303	199	56	19
2021	18	316	184	40	18
2022	20	300	187	45	20
2023	21	325	214	48	21
2024	21	334	221	47	21



1.4 Statistiques

Les statistiques qui suivent sont basées sur les données renseignées par les candidats lors de leur inscription.

1.4.1 Répartition femmes-hommes

Il est notable que pour l'agrégation interne, la proportion de femmes baisse légèrement lors de l'admissibilité, pour augmenter de façon significative à l'admission. C'était également le cas lors des deux sessions précédentes. Pour information, la proportion de femmes parmi le vivier des certifiés en mathématiques est proche de 50%. Dans les tableaux qui suivent, le taux de réussite est le pourcentage Admis/Présents.

Pour le concours de l'agrégation interne :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis		Réussite
Femmes	660	36%	450	37%	118	32%	68	38%	15,1%
Hommes	1177	64%	765	63%	248	68%	112	62%	14,6%
Total	1837	100%	1215	100%	366	100%	180	100%	14,8%

Pour le CAERPA :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis		Réussite
Femmes	143	43%	95	44%	17	36%	8	38%	8,4%
Hommes	191	57%	123	56%	30	64%	13	62%	10,6%
Total	334	100%	218	100%	47	100%	21	100%	9,6%

1.4.2 Répartition par âge

Pour le concours de l'agrégation interne :

Âge	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis		Réussite
>60	51	2,8%	38	3,1%	7	1,9%	2	1,1%	5,3%
55–60	128	7,0%	77	6,3%	17	4,6%	4	2,2%	5,2%
50–55	280	15,2%	188	15,5%	66	18,0%	21	11,7%	11,2%
45–50	391	21,3%	252	20,7%	93	25,4%	45	25,0%	17,9%
40–45	364	19,8%	229	18,8%	68	18,6%	33	18,3%	14,4%
35–40	282	15,4%	196	16,1%	47	12,8%	28	15,6%	14,3%
30–35	232	12,6%	157	12,9%	45	12,3%	29	16,1%	18,5%
25–30	105	5,7%	75	6,2%	22	6,0%	18	10,0%	24,0%
20–25	4	0,2%	3	0,2%	1	0,3%	0	0,0%	0,0%

Pour le CAERPA :

âge	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis		Réussite
>60	10	3,0%	6	2,8%	1	2,1%	0	0,0%	0,0%
55–60	27	8,1%	17	7,8%	4	8,5%	1	4,8%	5,9%
50–55	61	18,3%	38	17,4%	11	23,4%	5	23,8%	13,2%
45–50	66	19,8%	50	22,9%	14	29,8%	5	23,8%	10,0%
40–45	59	17,7%	33	15,1%	4	8,5%	4	19,0%	12,1%
35–40	62	18,6%	45	20,6%	10	21,3%	4	19,0%	8,9%
30–35	38	11,4%	20	9,2%	3	6,4%	2	9,5%	10,0%
25–30	11	3,3%	9	4,1%	0	0,0%	0	0,0%	0,0%
20–25	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	

Candidat le plus âgé :

	Inscrits	Présents	Admissibles	Admis
Agrégation interne	68,1 ans	67,3 ans	67,3 ans	61,2 ans
CAERPA	64,4 ans	63,3 ans	62 ans	55,5 ans

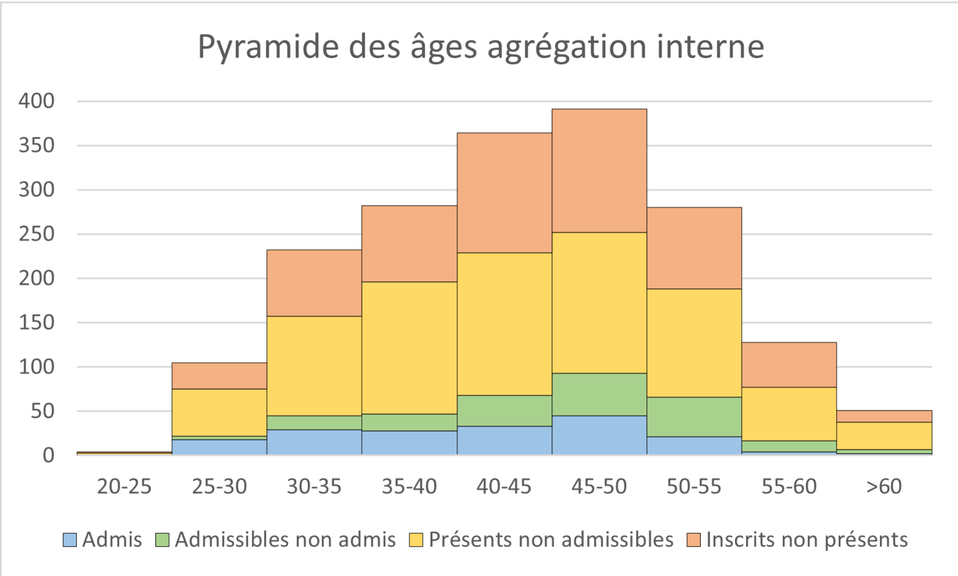
Candidat le moins âgé :

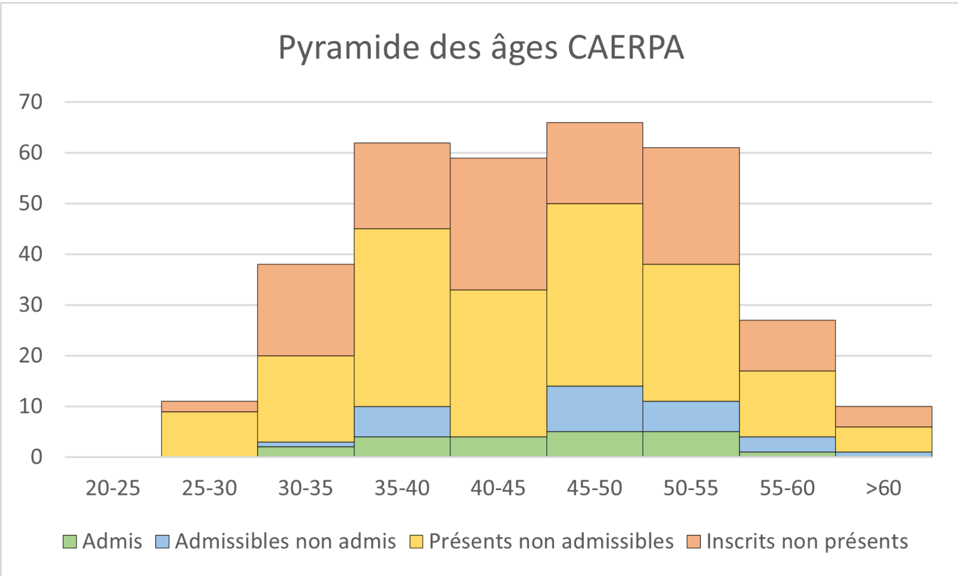
	Inscrits	Présents	Admissibles	Admis
Agrégation interne	21,61 ans	21,61 ans	21,61 ans	25,1 ans
CAERPA	26,41 ans	27,51 ans	30,11 ans	30,1 ans

Âge moyen :

	Inscrits	Présents	Admissibles	Admis
Agrégation interne	43,7 ans	43,5 ans	43,8 ans	41,7 ans
CAERPA	44,5 ans	44,4 ans	45,8 ans	44,1 ans

Les diagrammes suivants représentent les pyramides des âges des deux concours (inscrits, présents aux deux épreuves écrites, admissibles, admis).





1.4.3 Répartition par académie

Pour le concours de l'agrégation interne :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
AIX MARSEILLE	77	4,2%	50	4,1%	12	3,3%	2	1,1%
AMIENS	45	2,4%	30	2,5%	12	3,3%	6	3,3%
BESANCON	18	1,0%	13	1,1%	4	1,1%	3	1,7%
BORDEAUX	94	5,1%	72	5,9%	22	6,0%	13	7,2%
CLERMONT-FERRAND	26	1,4%	20	1,6%	6	1,6%	2	1,1%
CORSE	12	0,7%	9	0,7%	2	0,5%	1	0,6%
DIJON	38	2,1%	28	2,3%	10	2,7%	7	3,9%
GRENOBLE	76	4,1%	49	4,0%	14	3,8%	7	3,9%
GUADELOUPE	50	2,7%	30	2,5%	3	0,8%	0	0,0%
GUYANE	22	1,2%	12	1,0%	2	0,5%	0	0,0%
MARTINIQUE	22	1,2%	15	1,2%	2	0,5%	1	0,6%
NOUVELLE CALÉDONIE	6	0,3%	4	0,3%	2	0,5%	0	0,0%
POLYNÉSIE	14	0,8%	11	0,9%	1	0,3%	0	0,0%
RÉUNION	69	3,8%	38	3,1%	10	2,7%	6	3,3%
LILLE	103	5,6%	67	5,5%	25	6,8%	9	5,0%
LIMOGES	23	1,3%	18	1,5%	3	0,8%	3	1,7%
LYON	81	4,4%	61	5,0%	16	4,4%	10	5,6%
MAYOTTE	17	0,9%	6	0,5%	1	0,3%	1	0,6%
MONTPELLIER	85	4,6%	51	4,2%	17	4,6%	8	4,4%
NANCY-METZ	70	3,8%	43	3,5%	14	3,8%	6	3,3%
NANTES	67	3,6%	45	3,7%	16	4,4%	7	3,9%
NICE	56	3,0%	38	3,1%	8	2,2%	3	1,7%
NORMANDIE	80	4,4%	59	4,9%	23	6,3%	12	6,7%
PARIS	10	0,5%	3	0,2%	1	0,3%	0	0,0%
POITIERS	34	1,9%	24	2,0%	8	2,2%	3	1,7%
REIMS	26	1,4%	18	1,5%	11	3,0%	7	3,9%
RENNES	47	2,6%	34	2,8%	12	3,3%	7	3,9%
STRASBOURG	60	3,3%	42	3,5%	14	3,8%	6	3,3%
TOULOUSE	63	3,4%	37	3,0%	6	1,6%	3	1,7%
WALLIS ET FUTUNA	2	0,1%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
ORLÉANS-TOURS	58	3,2%	28	2,3%	9	2,5%	4	2,2%
CRETEIL PARIS VERSAILLES	386	21,0%	260	21,4%	80	21,9%	43	23,9%
TOTAL	1837	100%	1215	100%	366	100%	180	100,0%

Pour le CAERPA :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
AIX MARSEILLE	20	6,0%	13	6,0%	1	2,1%	1	4,8%
AMIENS	3	0,9%	2	0,9%	0	0,0%	0	0,0%
BESANCON	3	0,9%	2	0,9%	0	0,0%	0	0,0%
BORDEAUX	11	3,3%	9	4,1%	1	2,1%	0	0,0%
CLERMONT-FERRAND	4	1,2%	4	1,8%	1	2,1%	0	0,0%
CORSE	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
DIJON	6	1,8%	3	1,4%	0	0,0%	0	0,0%
GRENOBLE	17	5,1%	10	4,6%	1	2,1%	0	0,0%
GUADELOUPE	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
GUYANE	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
MARTINIQUE	5	1,5%	2	0,9%	0	0,0%	0	0,0%
NOUVELLE CALÉDONIE	2	0,6%	2	0,9%	0	0,0%	0	0,0%
POLYNÉSIE	7	2,1%	7	3,2%	0	0,0%	0	0,0%
RÉUNION	4	1,2%	1	0,5%	0	0,0%	0	0,0%
LILLE	28	8,4%	20	9,2%	4	8,5%	1	4,8%
LIMOGES	2	0,6%	1	0,5%	0	0,0%	0	0,0%
LYON	27	8,1%	20	9,2%	7	14,9%	4	19,0%
MAYOTTE	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
MONTPELLIER	9	2,7%	3	1,4%	0	0,0%	0	0,0%
NANCY-METZ	9	2,7%	7	3,2%	1	2,1%	0	0,0%
NANTES	22	6,6%	15	6,9%	2	4,3%	1	4,8%
NICE	8	2,4%	3	1,4%	0	0,0%	0	0,0%
NORMANDIE	11	3,3%	9	4,1%	5	10,6%	2	9,5%
PARIS	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
POITIERS	3	0,9%	1	0,5%	0	0,0%	0	0,0%
REIMS	4	1,2%	4	1,8%	1	2,1%	1	4,8%
RENNES	27	8,1%	16	7,3%	4	8,5%	1	4,8%
STRASBOURG	10	3,0%	9	4,1%	1	2,1%	1	4,8%
TOULOUSE	9	2,7%	7	3,2%	2	4,3%	2	9,5%
WALLIS ET FUTUNA	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
ORLÉANS-TOURS	6	1,8%	4	1,8%	4	8,5%	2	9,5%
CRETEIL PARIS VERSAILLES	77	23,1%	44	20,2%	12	25,5%	5	23,8%
TOTAL	334	100%	218	100%	47	100%	21	100%

1.4.4 Répartition par diplôme

Lors de l'inscription, les candidats indiquent un diplôme ou un équivalent. Les tableaux suivants récapitulent les diplômes indiqués par candidats ainsi que le domaine de leur diplôme (lorsqu'ils ne bénéficient pas de dispense).

Pour le concours de l'agrégation interne :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
CPE	1	0,1%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Diplôme classe niveau 7	1	0,1%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Diplôme d'ingénieur (bac+5)	141	7,7%	85	7,0%	26	7,1%	10	5,6%
Diplôme grande école (bac+5)	24	1,3%	18	1,5%	8	2,2%	3	1,7%
Diplôme post-secondaire	59	3,2%	35	2,9%	9	2,5%	4	2,2%
Dispense accordée au titre de parent de 3 enfants	51	2,8%	30	2,5%	12	3,3%	2	1,1%
Doctorat	92	5,0%	60	4,9%	14	3,8%	4	2,2%
Enseignant	772	42,0%	530	43,6%	180	49,2%	92	51,1%
Grade Master	42	2,3%	24	2,0%	5	1,4%	0	0,0%
Master MEEF	394	21,4%	253	20,8%	56	15,3%	36	20,0%
Autre Master	260	14,2%	180	14,8%	56	15,3%	29	16,1%

Voici le domaine indiqué pour les diplômes :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
Arts	1	0,1%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Biochimie	2	0,1%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Biologie	4	0,2%	2	0,2%	0	0,0%	0	0,0%
Chimie	11	0,6%	8	0,7%	0	0,0%	0	0,0%
Droit-Sciences Politique	1	0,1%	1	0,1%	0	0,0%	0	0,0%
Formation Secteur Industriel	4	0,2%	4	0,3%	1	0,3%	0	0,0%
Génie chimique	4	0,2%	4	0,3%	2	0,6%	1	0,6%
Génie civil	17	1,0%	11	0,9%	3	0,8%	0	0,0%
Génie électrique	24	1,3%	15	1,3%	3	0,8%	2	1,1%
Génie industriel	11	0,6%	9	0,8%	3	0,8%	2	1,1%
Génie mécanique	25	1,4%	17	1,4%	6	1,7%	1	0,6%
Géologie	4	0,2%	2	0,2%	0	0,0%	0	0,0%
Informatique	28	1,6%	15	1,3%	1	0,3%	0	0,0%
Langues et cultures régionales	1	0,1%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Langues Vivantes étrangères	1	0,1%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Lettres classiques	1	0,1%	1	0,1%	1	0,3%	0	0,0%
Lettres modernes	1	0,1%	1	0,1%	0	0,0%	0	0,0%
Mathématiques	1460	81,8%	983	83,0%	312	88,1%	164	92,1%
Mécanique	17	1,0%	14	1,2%	3	0,8%	2	1,1%
Métiers de l'enseignement	30	1,7%	15	1,3%	3	0,8%	1	0,6%
Musique	1	0,1%	1	0,1%	1	0,3%	1	0,6%
Philosophie	1	0,1%	1	0,1%	0	0,0%	0	0,0%
Physique	58	3,2%	32	2,7%	6	1,7%	2	1,1%
Sciences de la terre et univers	9	0,5%	7	0,6%	1	0,3%	0	0,0%
Sciences de l'éducation	9	0,5%	7	0,6%	0	0,0%	0	0,0%
Sciences économiques	13	0,7%	10	0,8%	1	0,3%	0	0,0%
Technologie	6	0,3%	4	0,3%	0	0,0%	0	0,0%
Autres	41	2,3%	21	1,8%	7	2,0%	2	1,1%

Pour le CAERPA :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
Admis échelle rémunération certifié, PLP ou PEPS	76	22,8%	52	23,9%	9	19,1%	4	19,0%
Admis échelle rémunération professeur école	1	0,3%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Diplôme classe niveau 7	3	0,9%	2	0,9%	1	2,1%	1	4,8%
Diplôme classe niveau I	1	0,3%	1	0,5%	0	0,0%	0	0,0%
Diplôme d'ingénieur (bac+5)	46	13,8%	30	13,8%	6	12,8%	2	9,5%
Diplôme grande école (bac+5)	10	3,0%	4	1,8%	3	6,4%	1	4,8%
Diplôme post-secondaire	25	7,5%	17	7,8%	5	10,6%	1	4,8%
Dispense accordée au titre de parent de 3 enfants	15	4,5%	11	5,0%	0	0,0%	0	0,0%
Doctorat	21	6,3%	15	6,9%	4	8,5%	3	14,3%
Grade Master	18	5,4%	12	5,5%	1	2,1%	1	4,8%
Master MEEF	71	21,3%	44	20,2%	5	10,6%	1	4,8%
Autre Master	47	14,1%	30	13,8%	13	27,7%	7	33,3%

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
Biologie	2	0,6%	2	1,0%	0	0,0%	0	0,0%
Chimie	1	0,3%	1	0,5%	1	2,1%	1	4,8%
Droit-Sciences Politique	1	0,3%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Formation Secteur Industriel	2	0,6%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Génie chimique	4	1,3%	3	1,4%	0	0,0%	0	0,0%
Génie civil	9	2,8%	5	2,4%	3	6,4%	0	0,0%
Génie électrique	6	1,9%	4	1,9%	0	0,0%	0	0,0%
Génie industriel	4	1,3%	2	1,0%	0	0,0%	0	0,0%
Génie mécanique	2	0,6%	2	1,0%	0	0,0%	0	0,0%
Informatique	15	4,7%	7	3,4%	1	2,1%	0	0,0%
Mathématiques	228	71,5%	155	74,9%	37	78,7%	16	76,2%
Mécanique	2	0,6%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Métiers de l'enseignement	12	3,8%	9	4,3%	1	2,1%	1	4,8%
Physique	10	3,1%	5	2,4%	1	2,1%	1	4,8%
Sciences de la vie et de la santé	1	0,3%	1	0,5%	0	0,0%	0	0,0%
Sciences de l'éducation	4	1,3%	1	0,5%	0	0,0%	0	0,0%
Sciences économiques	2	0,6%	1	0,5%	0	0,0%	0	0,0%
Sciences sociales	1	0,3%	1	0,5%	0	0,0%	0	0,0%
Technologie	1	0,3%	1	0,5%	1	2,1%	1	4,8%
Autres	12	3,8%	7	3,4%	2	4,3%	1	4,8%

1.4.5 Répartition par profession

Ce sont essentiellement les professeurs certifiés qui sont reçus à l'agrégation interne, conformément à la vocation de ce concours. Quant au CAERPA, les admissibles (et a fortiori les admis) sont exclusivement des CAER titulaires.

Pour le concours de l'agrégation interne :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
AESH	1	0,1%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Adjoint d'enseignement	1	0,1%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Agrégé	10	0,5%	6	0,5%	2	0,5%	1	0,6%
Certifié	1685	91,7%	1136	93,5%	341	93,2%	174	96,7%
Enseignant du supérieur	12	0,7%	6	0,5%	3	0,8%	1	0,6%
Instituteur	2	0,1%	1	0,1%	0	0,0%	0	0,0%
Militaire	2	0,1%	2	0,2%	2	0,5%	1	0,6%
Personnel administratif et technique MEN	1	0,1%	1	0,1%	0	0,0%	0	0,0%
Personnel de la fonction publique	22	1,2%	12	1,0%	6	1,6%	1	0,6%
Personnel de la fonction territoriale	1	0,1%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Personnel enseignant titulaire fonction publique	17	0,9%	11	0,9%	4	1,1%	1	0,6%
PLP	66	3,6%	31	2,6%	6	1,6%	1	0,6%
Professeur des écoles	17	0,9%	9	0,7%	2	0,5%	0	0,0%

Pour le CAERPA :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
Cont et agréé rem instituteur	2	0,6%	1	0,5%	0	0,0%	0	0,0%
Maître contr.et agréé rem ma	12	3,6%	4	1,8%	0	0,0%	0	0,0%
Maître contr.et agréé rem tit	320	95,8%	213	97,7%	47	100,0%	21	100,0%

1.4.6 Congés formation

Le tableau suivant récapitule le nombre de candidats ayant bénéficié d'un congé formation.

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
Agrégation interne	93	5,1%	88	7,2%	31	8,5%	20	11,1%
CAERPA	12	3,6%	12	5,5%	3	6,4%	3	14,3%

Pour l'agrégation interne, parmi les candidats ayant bénéficié d'un congé formation et présents aux épreuves écrites, 34% ont été admissibles et 23% ont été admis ; parmi les candidats n'ayant pas bénéficié d'un congé formation et présents aux épreuves écrites, 28% ont été admissibles et 12% ont été admis.

1.4.7 Nombre d'inscriptions

Les tableaux suivants donnent les nombres d'inscription des candidats, ainsi que le nombre d'inscriptions moyen. Pour l'agrégation interne :

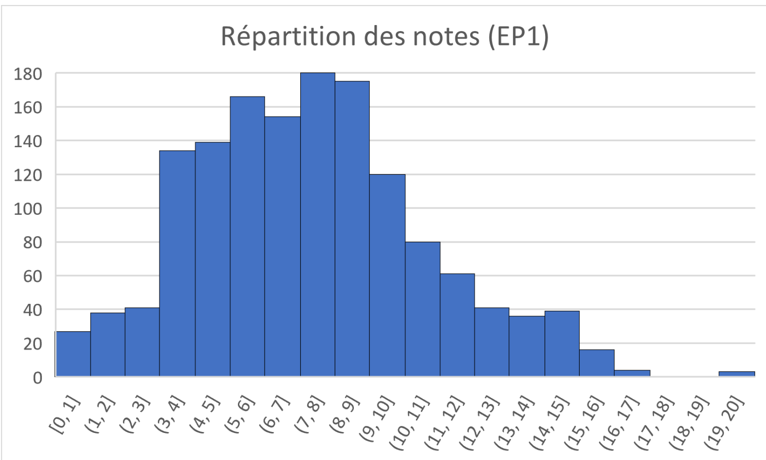
	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
1	566	30,8%	322	26,5%	51	13,9%	21	11,7%
2	614	33,4%	421	34,7%	123	33,6%	59	32,8%
3	461	25,1%	366	30,1%	152	41,5%	83	46,1%
4	113	6,2%	74	6,1%	30	8,2%	16	8,9%
5	37	2,0%	17	1,4%	7	1,9%	1	0,6%
6	19	1,0%	8	0,7%	2	0,5%	0	0,0%
7	6	0,3%	4	0,3%	0	0,0%	0	0,0%
8	8	0,4%	2	0,2%	1	0,3%	0	0,0%
9	4	0,2%	1	0,1%	0	0,0%	0	0,0%
10	3	0,2%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
12	2	0,1%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
13	2	0,1%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
15	1	0,1%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
17	1	0,1%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Moyenne	2,28		2,26		2,54		2,54	

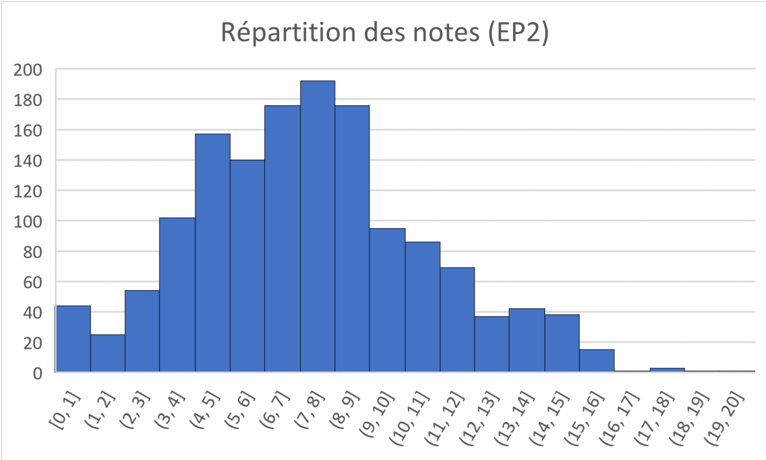
Pour le CAERPA :

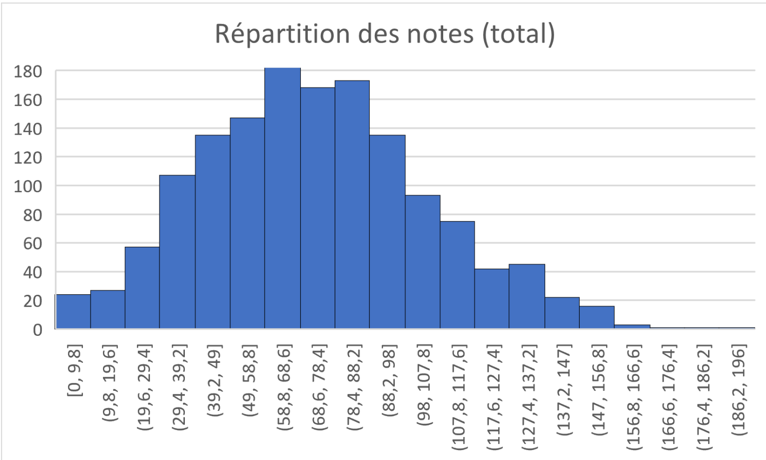
	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
1	110	32,9%	64	29,4%	6	12,8%	3	14,3%
2	148	44,3%	102	46,8%	26	55,3%	11	52,4%
3	56	16,8%	41	18,8%	13	27,7%	7	33,3%
4	14	4,2%	9	4,1%	2	4,3%	0	0,0%
5	2	0,6%	1	0,5%	0	0,0%	0	0,0%
6	2	0,6%	1	0,5%	0	0,0%	0	0,0%
7	1	0,3%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
12	1	0,3%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Moyenne	2,01		2,01		2,23		2,19	

1.4.8 Répartition des notes d'écrits

Les histogrammes ci-dessous montrent la répartition des effectifs en fonction des notes sur 20 attribuées à chacune des deux épreuves, puis la répartition des effectifs en fonction du total sur 200 obtenu à l'ensemble des épreuves écrites.



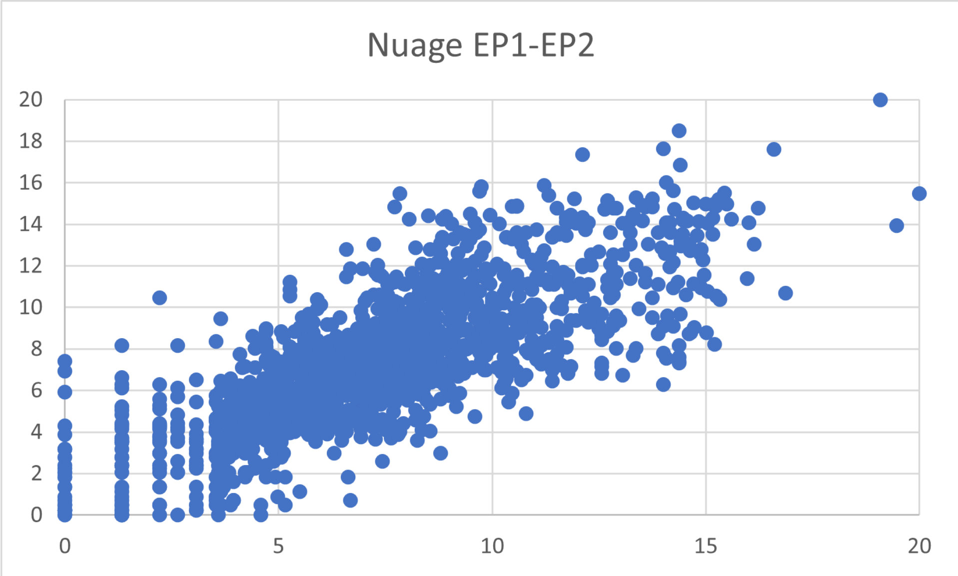




Voici quelques indicateurs sur les notes obtenues par les candidats :

	Première épreuve	Seconde épreuve	Total
moyenne	7,31	7,34	73,90
écart-type	3,42	3,42	32,20
premier quartile	4,83	4,82	50,80
médiane	7,22	7,19	72,20
troisième quartile	9,24	9,29	94,70
minimum	0,00	0,00	0,00
maximum	20,00	20,00	195,40

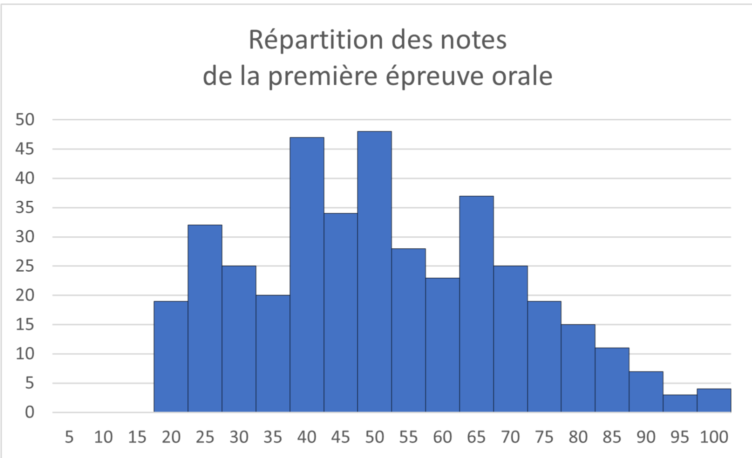
Le diagramme suivant représente le nuage des notes d'écrits. Chaque candidat présent aux deux épreuves orales est repéré par le couple des notes (sur 20) qu'il a obtenues respectivement aux épreuves écrites 1 et 2.

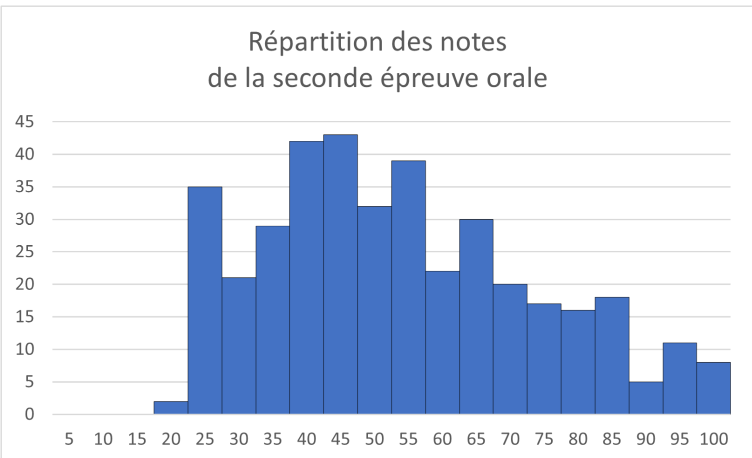


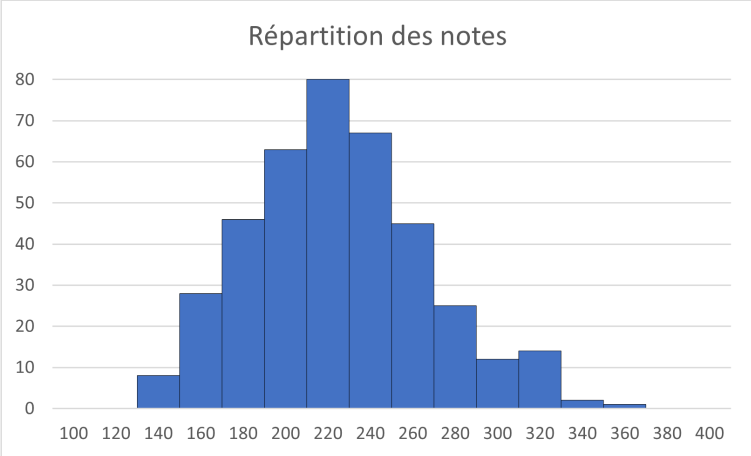
Le coefficient de corrélation entre les deux épreuves écrites est de 79%.

1.4.9 Répartition des notes d'oral

Les histogrammes ci-dessous montrent la répartition des effectifs en fonction des notes sur 100 attribuées à chacune des deux épreuves, puis la répartition des effectifs en fonction du total sur 400 obtenu à l'ensemble des épreuves écrites et orales.



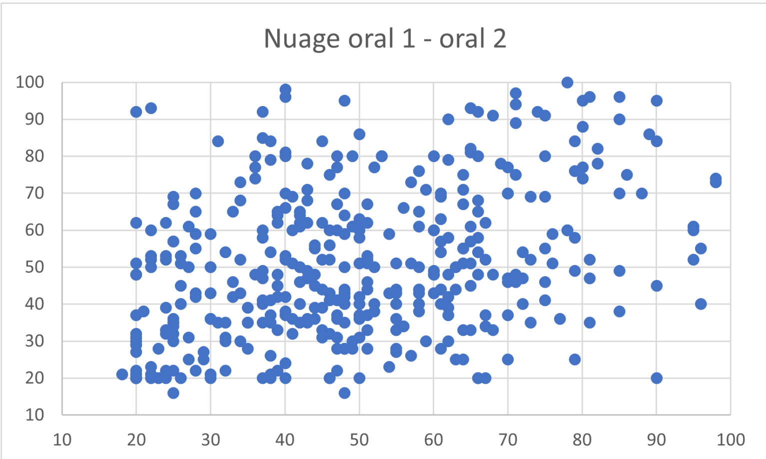




Voici quelques indicateurs sur les notes obtenues par les candidats :

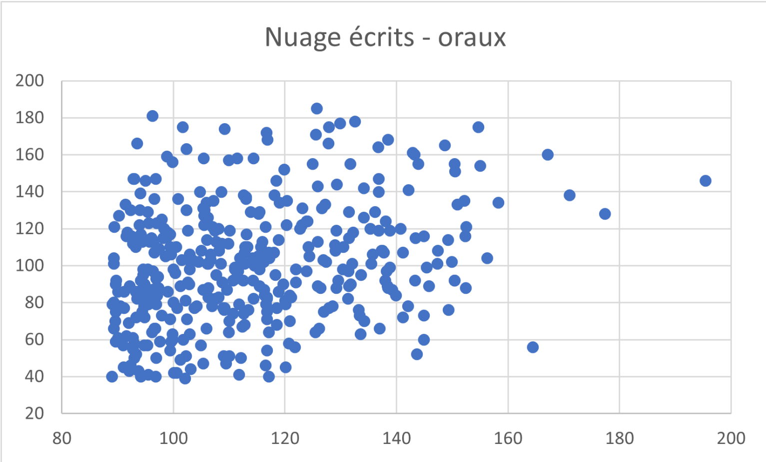
	Première épreuve orale (sur 100)	Seconde épreuve orale (sur 100)	Total obtenu (sur 400)
moyenne	49,6	50,6	214,2
écart-type	18,6	20,1	41,4
premier quartile	36	35	184,95
médiane	48	48	211,05
troisième quartile	64	64	240,225
minimum	18	16	129
maximum	98	100	341,4

Dans le graphique ci-dessous, chaque candidat présent à l'oral est repéré par le couple des notes (sur 100) obtenues à chacune des deux épreuves orales.



Le coefficient de corrélation entre les notes des deux épreuves orales est de $34,8\%$.

Le graphique ci-dessous, dans lequel chaque candidat présent à l'oral est repéré par le couple des totaux obtenus respectivement à l'écrit et à l'oral (sommes respectives des notes sur 100 obtenues aux deux épreuves écrites et aux deux épreuves orales), souligne toute l'importance d'une solide préparation de l'oral. On observe ainsi que certains candidats avec un niveau correct à l'écrit ne sont pas admis et qu'*a contrario* des candidats proches de la barre d'admissibilité à l'écrit sont reçus grâce à de bonnes prestations orales.



Le coefficient de corrélation entre les notes obtenues aux épreuves écrites et celles obtenues aux épreuves orales est de $28,1\%$.

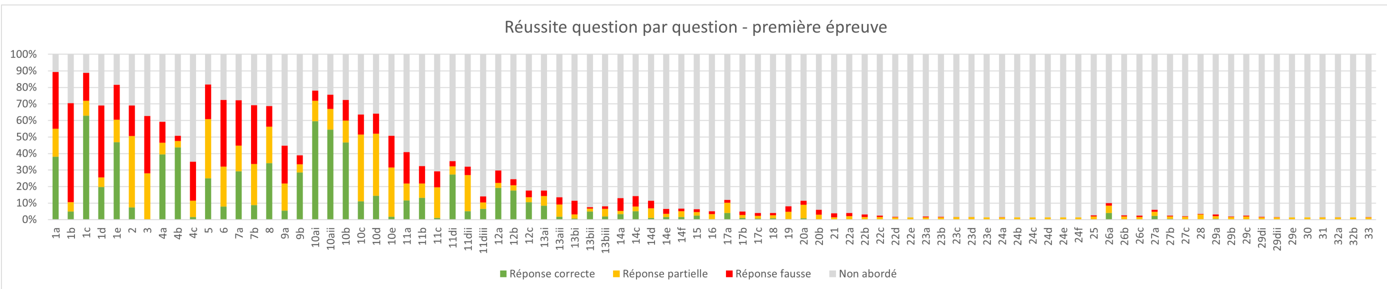
2 Rapport sur les épreuves écrites

2.1 Première épreuve écrite

Le sujet est téléchargeable sur le site du jury, à l'adresse
`https://interne.agreg.org/data/uploads/epreuves/ep1/24-ep1.pdf`.
Des éléments de correction sont également téléchargeables sur ce site, à l'adresse
`https://interne.agreg.org/data/uploads/rapports/corrige_ep1_2024.pdf`.
Ces éléments de correction ne prétendent aucunement être exhaustifs.

2.1.1 Statistiques de réussite

Le graphique suivant indique les réussites aux différentes questions. Pour chacune d'elle, la zone verte indique le pourcentage de candidats ayant fourni une bonne réponse, la zone orange représente le pourcentage de ceux ayant proposé une réponse partiellement juste, la zone rouge correspond aux réponses erronées.



2.1.2 Analyse de l'épreuve et commentaires par questions

Le sujet de la première épreuve s'intéressait aux représentations sur $\mathbb{C}$ des groupes finis. La première partie était constituée de plusieurs exercices sur des sujets classiques (diagonalisation simultanée d'endomorphismes commutant deux-à-deux, exposant d'un groupe abélien) ainsi qu'un vrai-faux. La deuxième partie introduisait les définitions élémentaires de la théorie (représentations, sous-représentations, représentations irréductibles, homomorphismes), étudiait quelques exemples et se concluait par une démonstration du lemme de Schur. La partie suivante était consacré au théorème de Maschke. Le sujet se tournait ensuite vers le cas des groupes abéliens, avec l'introduction du groupe dual $\widehat{G}$, en particulier dans le cas des groupes cycliques. Ce groupe dual était utilisé dans la cinquième partie pour démontrer le théorème de Kronecker et la dernière partie étudiait les fonctions centrales pour démontrer la finitude du nombre de représentations irréductibles à isomorphisme près.

Passons maintenant en revue certaines questions du sujet.

Vrai-Faux

Rappelons qu'il est attendu une justification précise et détaillée dans ces exercices Vrai-Faux. Les candidats doivent bien noter qu'une réponse limitée à « c'est vrai » ou « C'est faux » ne rapporte aucun point. Ces exercices sont aussi l'occasion de constater que la notion de contre-exemple est souvent mal comprise. Par ailleurs, dans tout cet exercice, de nombreux candidats ont évoqué « la matrice de f », sans jamais évoquer la base dans laquelle cette matrice est considérée.

1. (a) Cette question basique, très abordée par les candidats, n'a été réussie que par moins de 40% d'entre eux. Parmi les erreurs les plus grossières relevées par les correcteurs :

— Certains candidats confondent inversibilité et diagonalisabilité et calculent le déterminant de la matrice : s'il est nul, alors la matrice est non diagonalisable, selon eux.
— Quelques candidats proposent une matrice diagonale comme exemple de matrice non diagonalisable.
— Certains candidats affirment que sur $\mathbb{C}$, tout endomorphisme est diagonalisable car de polynôme caractéristique scindé à racines simples.

D'autres candidats affirment qu'une matrice donnée n'est pas diagonalisable car son polynôme caractéristique n'est pas à racines simples, ce qui n'est bien sûr par un argument recevable. Enfin, certains candidats ont choisi une matrice réelle sans valeur propre réelle comme contre-exemple. Cela ne répondait pas à la question, le sujet précisant bien qu'on travaille sur $\mathbb{C}$.

1. (b) Dans la plupart des copies, la stabilité du supplémentaire que l'on recherche est oubliée et le candidat se contente d'exhiber un supplémentaire à l'aide du théorème de la base incomplète. On constate également de nombreuses confusions entre les notions d'espaces supplémentaires et complémentaires. Certains candidats évoquent également « le » supplémentaire d'un sous-espace. De nombreux candidats semblent penser qu'en dimension finie, le noyau et l'image d'un endomorphisme (qui sont certes des sous-espaces stables) sont toujours supplémentaires. Rappelons que si le théorème du rang assure que dans le cas où leur intersection est triviale, ils sont supplémentaires, rien n'assure, précisément, qu'ils soient en général en somme directe. De plus, certains candidats ont mal compris la question, ayant essayé de trouver un sous-espace vectoriel stable admettant un supplémentaire stable pour répondre que l'assertion était vraie. D'autres encore ont compris que l'assertion signifiait que tout sous-espace vectoriel d'un sous-espace stable devait lui même être stable.

1. (d) La plupart des contre-exemples proposés par les candidats ne sont des contre-exemples que parce que le candidat travaille sur $\mathbb{R}$. Par ailleurs, plusieurs candidats prennent la racine des valeurs propres sans se préoccuper de savoir si elles sont réelles et positives. On rencontre également beaucoup d'erreurs sur les racines carrées de matrices : ainsi, certains pensent que si dans une certaine base, A est la matrice de f^2 $et si A = D^2$, alors D est la matrice de f dans cette base.

2. Pour un nombre important de candidats, le théorème de d'Alembert-Gauss affirme que sur $\mathbb{C}$, tout polynôme est scindé à racines simples. On trouve souvent l'argument « f est diagonalisable donc son polynôme caractéristique annule f ». Rappelons que le polynôme caractéristique de f est toujours annulateur de f (théorème de Cayley-Hamilton).

4. (a) Les correcteurs ont plusieurs fois rencontré une rédaction du type suivant : « Soit F

un sous-espace propre de f_k. Alors si x appartient à F, il existe un nombre complexe λ_k tel que $f_k(x) = \lambda_k x$ ». Cette erreur de quantificateur met en doute la validité du raisonnement.

5. La plupart des candidats écrivent « $(g^d)^k = e$, donc g^d est d'ordre k » sans vérifier la minimalité de k.

7. (b) Plusieurs candidats écrivent « comme g et h sont premiers entre eux... ». L'erreur se propage alors à la question 8. Certains candidats écrivent également que si k et l sont premiers entre eux, alors les diviseurs de kl sont les éléments de l'ensemble $\{1, k, l, kl\}$. Cette confusion entre nombres premiers distincts et nombres premiers entre eux n'empêche cependant pas d'invoquer la propriété adéquate dans la récurrence de la question suivante.

8. Plusieurs candidats écrivent $|g_1 \dots g_n|$ pour désigner l'ordre de l'élément $g_1 \dots g_n$ sans avoir introduit cette notation, soulignant ainsi qu'ils confondent les notions d'ordre d'un élément et d'un groupe.

10. (a) i. Plusieurs candidats écrivent $\mathrm{Id}_{\mathrm{GL}(E)}$ pour l'élément neutre du groupe $\mathrm{GL}(E)$. Plusieurs candidats écrivent simplement Id, sans préciser de quel espace.

10 (a) ii. Beaucoup de candidats écrivent $\theta^{-1}(g)$ au lieu de $\theta(g)^{-1}$. Il semble par ailleurs que quelques candidats pensent qu'un homomorphisme de groupes doit être bijectif.

10. (b) De nombreux candidats ne savent pas quel axiome doit vérifier un homomorphisme de groupes et vérifient également le comportement par rapport au neutre et à l'inverse. D'autres confondent homomorphismes de groupes et applications linéaires. Il convient de préciser les lois de groupes dans la conduite des calculs : une écriture telle que « $f^{k+l} = f^k f^l$ » est imprécise et n'est pas acceptable.

10. (c) et 10. (d) Rares sont les candidats qui vérifient que l'application est bien définie. La vérification $\theta_2(\overline{k} + \overline{l}) = \theta_2(\overline{k}) \circ \theta_2(\overline{l})$ omet fréquemment le passage par $\theta_2(\overline{k + l})$. La notation incorrecte $f^{\overline{k}}$ est utilisée par plusieurs candidats, avec $\overline{k}$ dans $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.

11. (a) Plusieurs candidats écrivent qu'une application linéaire injective (ou surjective, au choix) en dimension finie est nécessairement bijective, ce qui est faux ! C'est vrai lorsque l'espace de départ et celui d'arrivée sont de même dimension finie, en particulier c'est vrai pour un endomorphisme en dimension finie.

11. (d) ii. Beaucoup de candidats donnent une base de F constituée de 3 vecteurs et la plupart n'en vérifient pas le caractère libre ou lié.

13. (b) iii. Les rares candidats qui traitent cette question écrivent très souvent

$$\mathrm{Tr}(\theta(g) h \theta(g^{-1})) = \mathrm{Tr}(\theta(g)\theta(g^{-1})h) = \mathrm{Tr}(h).$$

Certes, *a posteriori*, c'est correct.

26. (a) Pour montrer que F est un sous-espace vectoriel de E il faut penser à s'assurer que F est non vide.

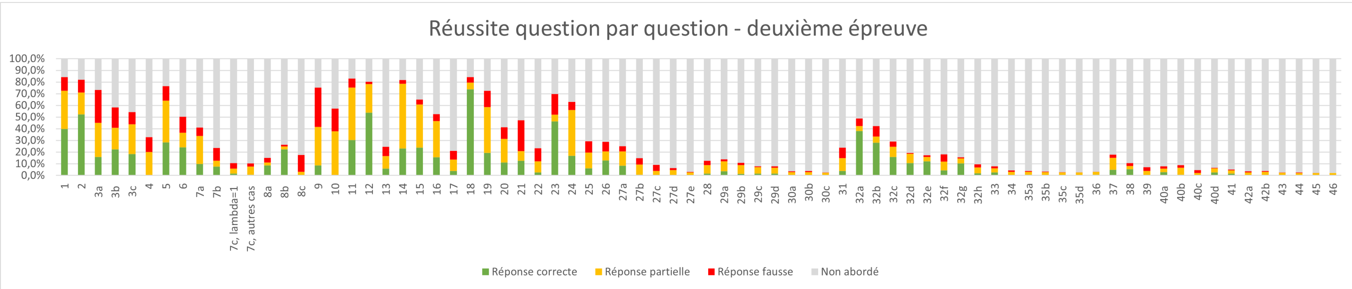
2.2 Seconde épreuve écrite

Le sujet est téléchargeable sur le site du jury, à l'adresse
`https://interne.agreg.org/data/uploads/epreuves/ep1/24-ep2.pdf`.

Des éléments de correction sont également téléchargeables sur ce site, à l'adresse.
`https://interne.agreg.org/data/uploads/rapports/corrige_ep2_2024.pdf`.
Ces éléments de correction ne prétendent aucunement être exhaustifs.

2.2.1 Statistiques de réussite

Le graphique suivant indique les réussites aux différentes questions. Pour chacune d'elle, la zone verte indique le pourcentage de candidats ayant fourni une bonne réponse, la zone orange représente le pourcentage de ceux ayant proposé une réponse partiellement juste, la zone rouge correspond aux réponses erronées.



2.2.2 Analyse de l'épreuve et commentaires par questions

le sujet de cette épreuve portait sur le problème du collectionneur. Il comportait deux exercices préliminaires indépendants (résolution d'une équation fonctionnelle, étude de la fonction définie par $g_n(x) = \mathrm{e}^{-x} \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!}$ en s'appuyant sur des notions de probabilités), quatre résultats préliminaires classiques réutilisés par la suite du problème (quelques résultats sur la fonction Γ, l'inégalité de Hölder-Minkowski, un asymptote des sommes harmoniques, le problème de Bâle, résolu à l'aide de séries de Fourier) et le problème lui-même. Après l'établissement de certaines lois de probabilités liées au problème, on établissait le théorème de Bohr-Mollerup, puis le problème se tournait vers la notion de fonction caractéristique, calculait celle de la loi de Gumbel et établissait un théorème de convergence vers cette loi.

Il est notable que dans la plupart des copies, les démonstrations par récurrence sont rédigées tout à fait proprement. Beaucoup de candidats ont manifesté de solides compétences en calcul, par exemple dans l'exercice sur l'inégalité de Hölder-Minkowski ou les question 32 (c) et suivantes. La majorité des candidats fait preuve d'une certaine honnêteté intellectuelle, sans tentative de « bluff ».

Parmi les erreurs régulièrement rencontrées, on trouve les manipulations d'intégrale impropre avant de vérifier son existence : on écrit par exemple que $\int_0^{\infty} f(t)\mathrm{d}t \leqslant \int_0^{\infty} g(t)\mathrm{d}t$ et donc $\int_0^{\infty} f(t)\mathrm{d}t$ existe car g est intégrable sur $[0;+\infty[$, plutôt que montrer que $|f(t)| \leqslant |g(t)|$ sur l'intervalle $[0;+\infty[$. On rencontre également des confusions entre intégrale dépendant d'un paramètre et intégrale fonction de sa borne supérieure. Voici quelques autres erreurs régulièrement rencontrées :

— si f est décroissante et $f(x) \leqslant f(y)$, alors $y \leqslant x$. C'est faux : il suffit de penser à une fonction constante. Certains candidats ont aussi fait une erreur de ce type dans la question 15.
— Deux suites qui convergent vers la même limite ne sont pas nécessairement équivalentes, par exemple $\left(\frac{1}{n}\right)_{n\geqslant 1}$ et $\left(\frac{1}{n^2}\right)_{n\geqslant 1}$.
— Une suite bornée n'est pas toujours convergente.
— Une suite encadrée entre deux suites convergentes ne converge pas toujours.

— Ce n'est pas non plus parce qu"une suite est minorée par une suite convergeant vers 0, que la suite dominante est à termes positifs.
— Deux suites équivalentes ne sont pas nécessairement convergentes. Leur différence ne converge pas non plus nécessairement vers 0.

Passons maintenant en revue certaines questions du sujet.

1. Certains candidats ont passé du temps à prouver l'unicité alors qu'ils avaient déjà raisonné par analyse-synthèse. D'autres ont obtenu l'expression de $P(f)$ et de $I(f)$ dans la question 2 sans réaliser qu'il avaient une réponse au moins partielle à la question 1.

2. Il convenait de faire attention aux objets : écrire $P'(f)$ n'a pas de sens, par exemple. Il était attendu un minimum de rigueur sur la justification de la dérivabilité des fonctions $P(f)$ et $I(f)$ et notamment sur une citation correcte des fonctions et de l'enchaînement des opérations qui les ont généré.

3. (a). Nombreux sont ceux qui ont essayé, en vain, d'appliquer le théorème de dérivation sous le signe intégral. La difficulté provenait du fait que la variable apparait à la fois dans la borne de l'intégrale et dans l'intégrande : il convient donc de développer l'expression avant de pouvoir dériver. Il n'était pas utile de procéder à un changement de variables pour dériver des primitives de fonctions exprimées sous forme intégrale.

4. La résolution d'une équation différentielle linéaire d'ordre 2 dont l'équation caractéristique n'a pas de racines réelles a parfois posé des difficultés. Dans le début de l'exercice, on partait d'une solution à l'équation fonctionnelle et on ne raisonnait pas par équivalence. Il était donc important de vérifier que la ou les solutions trouvées convenaient, ce qui a souvent été oublié.

5. Même si la dérivée est souvent bien calculée, certains se sont contenté d'évoquer la décroissance de la fonction, ce qui est insuffisant pour justifier l'unicité : la continuité est une condition importante, souvent oubliée par les candidats, pour appliquer le théorème des valeurs intermédiaires ou son corollaire. Attention à donner le bon ensemble d'arrivée de la bijection : 0 n'est pas une valeur atteinte par les g_n. Une partie des candidats obtient que la dérivée de g_n est négative ou nulle, mais conclut néanmoins à la stricte décroissance de g_n sans autre justification. Plusieurs candidats ont affirmé que $g_n(0)$ est égal à 0.

6. Certains candidats ont tenté un raisonnement par l'absurde, en affirmant que la négation de la croissance d'une suite est la stricte décroissance de cette suite.

7. (a) Pour le calcul de l'espérance, la linéarité devait être évoquée (mais l'hypothèse d'indépendance, pourtant inutile, a souvent été avancée) ; pour le calcul de la variance, l'indépendance mutuelle devait être évoquée. De nombreux candidats se sont lancé dans le calcul de l'espérance et la variance pour une variable suivant une loi de Poisson, alors qu'on pouvait bien sûr utiliser les résultats classiques. On rencontre beaucoup de confusion entre loi de Poisson et loi exponentielle.

7. (b) L'hypothèse d'indépendance a été très souvent oubliée.

7. (c) Très peu de candidats connaissent l'énoncé du théorème central-limite, et certains confondent inégalité de Bienaymé-Tchebychev avec inégalité de Markov.

9. Lorsqu'on a plusieurs variables, il s'agit d'être précis sur les relations de comparaison que l'on donne. Le fait que l'intégrande est continue (ou continue par morceaux) et positive a rarement été évoqué. La détermination exacte du domaine de définition de Gamma est rarement

traitée : il manquait souvent la divergence de l'intégrale pour $x \leqslant 0$.

10. Le théorème de dérivation sous le signe intégral est souvent mal connu. La fonction proposée pour dominer la dérivée partielle a souvent été incorrecte et même lorsqu'elle l'était, son intégrabilité a rarement été établie.

11. L'intégration par parties nécessite un minimum de justification quand on mobilise des crochets à borne infinie. Il est conseillé aux candidats de poser les expressions des fonctions à intégrer et à dériver avant d'appliquer l'intégration par parties, afin d'éviter les erreurs et les confusions.

12. Le raisonnement par récurrence n'est pas toujours maîtrisé : il est arrivé plusieurs fois de voir écrit « supposons la propriété vraie pour tout entier n, et montrons-la au rang $n+1$ », ou « supposons la propriété vraie pour n » sans que l'on sache si c'est « pour tout n » ou « pour un entier n fixé ».

14. La concavité de la fonction lna souvent été correctement justifiée mais l'inégalité qui en découle a posé quelques problèmes. En particulier, des candidats ont eu besoin d'exprimer la convexité de la fonction $-\ln$. Il est important de vérifier que le poids choisi appartient à l'intervalle $]0,1[$, ce qui n'a pas toujours été fait. Par ailleurs, il est incorrect de poser à la fois $t = \dfrac{1}{p}$ et $1 - t = \dfrac{1}{q}$.

15. Le cas $u = 0$ ou $v = 0$ devait être traité à part, ce qui n'a pas toujours été fait.

17. Question peu traitée. Le cas $f = 0$ ou $g = 0$ devait aussi être traité à part.

18. Cette question a été bien traitée dans l'ensemble. Il fallait néanmoins faire attention aux équivalences. Il était préférable de mentionner la croissance de l'intégrale plutôt qu'un dessin, même pertinent.

19. Des erreurs notables sur la ré-indexation d'une somme finie de termes consécutifs d'une suite ont été souvent constatées.

20. Les encadrements proposés sont souvent corrects mais il convenait là encore de justifier l'existence des objets manipulés.

21. Le développement limité de $\ln(1+u)$ n'est pas toujours bien connu. Attention à ne pas sommer des équivalents ! Il est préférable de commencer par travailler avec des développements limités.

23. Il était attendu une représentation du graphe sur plusieurs périodes, en faisant attention aux valeurs de la fonction aux points de discontinuité.

24. La valeur exacte de $\cos(n\pi)$ en fonction de n est à connaître, ce qui n'a pas toujours été le cas.

25. Les hypothèses pour appliquer la formule de Parseval demandée ont rarement été données.

27 (a). Cette question a été très peu abordée, mais les correcteurs ont pu lire quelques programmes très bien écrits.

27 (b). On constate beaucoup de confusions sur les lois usuelles : binomiale, Bernoulli..., alors qu'il s'agissait ici d'un temps d'attente.

28. La loi géométrique prend ses valeurs dans $\mathbb{N}^*$: cela a posé quelques problèmes dans le calcul de la série génératrice. Le domaine de définition n'était pas toujours correct, certains candidats donnant seulement une condition suffisante de convergence avec t dans $]-1;1[$.

29 (b). Cette question a posé beaucoup de difficultés chez les candidats l'ayant abordée : le théorème de dérivation d'une série de fonctions est rarement maîtrisé.

29 (d). Peu de candidats ont remarqué que l'on pouvait appliquer le théorème de transfert et éviter de nombreux calculs.

31. Les hypothèses de l'inégalité de Hölder sont rarement rappelées et vérifiées.

32. (b) Certains candidats se sont lancé dans un raisonnement par récurrence sur des réels, ce qui est dépourvu de sens.

32 (c). On a pu rencontrer une utilisation abusive voire fausse du symbole $\Longleftrightarrow$. Cette question a dévoilé un manque d'aisance technique de la part de certains candidats sur la manipulation de puissances réelles de nombres strictement positifs : ainsi la simplification d'écriture $n!^x(n-1)!^{1-x}$ a posé des difficultés et en particulier la réécriture de $(n-1)!^{1-x}$ en $\dfrac{(n-1)!}{(n-1)!^x}$.

32 (e). Attention, $(n-1)!$ n'est pas équivalent à $n!$.

32 (f). Dans cette question, il convenait aussi de justifier que les suites $(u_n(x))_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n(x))_{n\in\mathbb{N}}$ admettaient une limite finie : deux suites équivalentes ne sont pas nécessairement convergentes.

37 La convergence de l'intégrale a rarement été prouvée ; le calcul de l'intégrale de$-A$ à A, avec A dans $\mathbb{R}$ ne suffit pas à prouver la convergence. La continuité de f a souvent été oubliée par ailleurs.

40 (b). Il s'agissait d'appliquer le théorème de convergence dominée, mais à une suite d'intégrales définies sur des intervalles différents. On peut résoudre cette difficulté en considérant des intégrales sur $\mathbb{R}^+$ et en introduisant les indicatrices des intervalles en question.

2.3 Conseils aux candidats

Il est très fortement conseillé d'écrire à l'encre noire ou bleu foncé sur les copies. Les copies étant scannées, l'encre bleu clair peut être difficile à décrypter. La qualité rédactionnelle des copies laisse parfois à désirer, l'orthographe approximative, l'écriture difficilement lisible ; les copies rendues par les candidats ne sauraient être l'équivalent d'un brouillon informe et couvert de ratures et il est conseillé d'utiliser préalablement des brouillons pour établir leurs raisonnements et ordonner leurs idées, afin d'éviter, dans la mesure du possible, bon nombre de ratures, de retours en arrière inutiles, qui perturbent la compréhension du cheminement entrepris et qui ne mettent pas en valeur la démarche engagée. Il est d'ailleurs assez surprenant de voir la rédaction des candidats quand on sait qu'ils sont d'ores et déjà enseignants. Il est par ailleurs déconseillé d'utiliser trop d'abréviations, telles que TAF ou TVI. Il est également préférable de ne pas recopier les questions sur les copies, afin que les correcteurs identifient bien où commence le raisonnement du candidat.

Dans les parties « vrai ou faux » des sujets, faire apparaître clairement que la conclusion de l'affirmation est apprécié, que ce soit en début ou en fin de réponse.

Par ailleurs, ces sujets sont progressifs et ils doivent permettre aux candidats de s'installer : il est donc tout aussi important que les premières questions soient abordées avec rigueur et que les raisonnements soient soignés, à l'instar de ce qu'un enseignant peut exiger de ses élèves sur des questions de cours. Par exemple, la première récurrence rencontrée doit être rédigée complètement et proprement. Une bonne rédaction commence généralement avec des hypothèses, puis un raisonnement au cours duquel les hypothèses sont précisément utilisées et une conclusion répondant à la question. Quand on utilise un théorème au programme ou le résultat d'une question précédente, il faut prendre soin de vérifier que les hypothèses sont satisfaites. Quand une question demande d'énoncer sans justification un résultat au programme, il faut aussi en donner les hypothèses d'application (par exemple, dans l'épreuve 2, question 7 (b), la stabilité des lois de Poisson ; question 7 (c), le théorème central limite et inégalité de Bienaymé-Tchebichev ; question 25 : égalité de Parseval). Aussi, quantifier les paramètres, fixer les objets, soigner l'articulation logique de sa preuve, gérer le sens des implications sont des compétences attendues : trop souvent les variables et notations utilisées ne sont pas introduites ou alors de façon insuffisante ; les quantificateurs s'utilisent dans des phrases mathématiques et non comme abréviations dans des phrases en français ; enfin, les correcteurs ont pu régulièrement lire des phrases telles que « montrons que $\mathrm{Ker}(f) = 0$ ». Rappelons aux candidats que $\mathrm{Ker}(f)$ est un ensemble et 0 un vecteur : les accolades ont leur importance !

Une telle épreuve est souvent longue et on invite les candidats à comprendre le sens du sujet et faire la distinction entre les différentes parties : celles dans lesquelles on redémontre des résultats de cours, celles où on traite des exemples et enfin le cas général. Il suffit de consulter les épreuves du concours pour constater l'accent mis sur la compréhension et la possible restitution du cours lors d'une épreuve. C'est un levier essentiel pour la réussite au concours de l'agrégation interne.

3 Rapport sur les épreuves orales

Les épreuves orales ont pour objectif « d'évaluer la capacité de concevoir, de mettre en œuvre et d'analyser l'enseignement d'une question mathématique donnée », ainsi que l'énonce l'arrêté définissant les épreuves du concours, disponible à l'adresse
`https://www.legifrance.gouv.fr/loda/id/JORFTEXT000021625792/2019-02-10/`.
Ces épreuves supposent une solide préparation car il faut savoir, sur un sujet précis, rassembler et structurer ses connaissances en vue d'exposer les notions mathématiques afférentes, de proposer des applications et des exemples d'illustration, de sélectionner des exercices formateurs et adaptés. Pour cela, les candidats sont notamment encouragés à faire de nombreux exercices d'entraînement afin d'acquérir une familiarité et une aisance suffisantes avec les notions mathématiques qu'ils n'ont pas l'occasion d'enseigner. Il est également important de préparer des plans possibles pour les différents sujets proposés. Le jury attend du candidat qu'il montre sa capacité à s'engager dans un véritable échange scientifique, ouvert et constructif. Il est conseillé de se montrer attentif aux questions, d'expliciter ses pistes de recherche et le fil de son raisonnement mathématique. Au delà de la maîtrise des connaissances du programme, c'est bien la maîtrise des compétences mathématiques et professionnelles du candidat qui pourra ainsi être valorisée.

Chacune des deux épreuves orales comporte un temps de préparation de trois heures. Les candidats reçoivent une convocation aux épreuves d'admission mentionnant l'heure du début des opérations (accueil, consignes pratiques, vérification d'identité et tirage du sujet ; il est recommandé par sécurité de se présenter un quart d'heure avant), ainsi que l'heure de passage devant la commission d'oral pour chacune des deux épreuves qui ont lieu, sur deux jours consécutifs, y compris dimanches et jours fériés. À leur première épreuve orale (épreuve d'exposé), les candidats tirent un couplage de deux sujets (au choix) qui relève soit du domaine *algèbre et géométrie* soit du domaine *analyse et probabilités*. Pour leur seconde épreuve orale (exemples et exercices), ils tirent un couplage de deux sujets au choix pris dans le domaine complémentaire (analyse et probabilités si le domaine de l'exposé était en algèbre et géométrie et vice-versa).

La bibliothèque de l'agrégation est disponible sous format numérique. En salle de préparation, les candidats ont y accès ainsi qu'à d'autres ressources numériques : ouvrages numériques, programmes scolaires et documents ressources, derniers rapports du jury, programme du concours... Ils ont également la possibilité d'apporter leurs propres ouvrages sous réserve que ces derniers soient commercialisés [1] avec un numéro ISBN et qu'ils ne comportent aucune annotation, aucun surlignage, aucun marque-page etc., faute de quoi ils pourraient être suspectés de tentative de fraude. Les candidats sont invités à bien s'en assurer avant de rejoindre le centre d'épreuves.

Dans la salle de préparation, chaque candidat dispose d'un espace numérique de travail avec les ressources et logiciels prévus. La liste des logiciels et livres numériques fournis est disponible sur le site du jury, à l'adresse `https://interne.agreg.org/index.php?id=oraux`. Pour se connecter à cet espace numérique, des identifiants lui sont communiqués lors du tirage des sujets. Tous les fichiers qu'il crée sont enregistrés sur le réseau et le candidat peut les retrouver à l'identique dans la salle d'interrogation.

3.1 Considérations générales

Il appartient aux candidats de bien prendre connaissance des conditions de passation de chacune des épreuves orales et notamment du fait qu'elles sont structurées en trois temps bien distincts et limités en durée : un temps de présentation ou d'exposé (avec notes), un temps de développement (sans notes) et un temps réservé aux questions du jury. Pendant les deux premières parties, le jury n'intervient pas, sinon en comptable du temps.

3.1.1 Critères d'évaluation

Le jury fonde son évaluation sur un ensemble de critères variés permettant d'apprécier à leur juste valeur les prestations des candidats. Il est particulièrement attentif :

- à la maîtrise mathématique du sujet :
  - — maîtrise des contenus afférents au sujet et cela au niveau attendu par le concours ;
  - — exactitude et précision des énoncés des définitions, théorèmes ou propriétés ;
  - — rigueur des démonstrations et des raisonnements logiques, mise en évidence de l'utilisation des hypothèses ; maîtrise des quantificateurs, de la logique ;
  - — capacité à mobiliser ses connaissances mathématiques en vue de résoudre un problème ou d'expliquer un phénomène ;
  - — mise en lien des différentes idées et notions évoquées ;
  - — etc.
- à la pertinence de la présentation au regard du sujet donné :
  - — bonne couverture du thème avec un réel contenu mathématique et sans hors sujets ;
  - — niveau auquel le candidat choisit de se placer (un niveau trop élémentaire est sanctionné de même qu'un niveau trop élevé si mal maîtrisé) ;
  - — cohérence du plan et des articulations entre les différentes parties et notions présentées ;
  - — choix du développement proposé ;
  - — diversité, richesse, progressivité des exercices retenus (ces derniers devant se compléter pour couvrir l'ensemble des problématiques du sujet) ;
  - — etc.
- aux qualités pédagogiques :
  - — clarté de l'expression orale ;
  - — clarté et cohérence des notations employées ;
  - — capacité à motiver ses choix et ses actions, à expliquer clairement les raisons de sa démarche ;
  - — gestion du temps ;

1. Les impressions de livres numériques ainsi que les polycopiés ne sont pas autorisés.

— capacité à communiquer efficacement en se servant de différents supports (tableau, écran de projection) ;
— présentation et gestion du tableau, organisation des calculs, etc.
— capacités d'interaction avec le jury (écoute, réactivité, prise d'initiatives, capacité à mobiliser ses connaissances et à rectifier une erreur etc.) ;
— utilisation convaincante, le cas échéant, des outils numériques ;
— etc.

3.1.2 Usage des moyens informatiques

Les candidats trouvent en salle de préparation l'environnement numérique de travail agregOS. En amont des épreuves orales, ils peuvent se familiariser à cet environnement à l'adresse `https://interne.agreg.org/agregOS/`.

L'enseignement des mathématiques nécessite l'utilisation d'outils informatiques, qu'il s'agisse de logiciels prêts à l'emploi ou d'algorithmes résolvant des problèmes de manière effective. Certaines tâches techniques (longs calculs, tracés de courbes, résolutions approchées de problèmes, etc.) sont facilitées par des logiciels spécialisés et certains logiciels interviennent couramment comme outils pédagogiques (représentation dynamique de situations géométriques, simulation d'expériences aléatoires...). L'enseignement d'algorithmique et de programmation fait partie intégrante des programmes de mathématiques au collège comme au lycée ; les professeurs de mathématiques enseignant en classes préparatoires ont vocation à s'impliquer dans l'enseignement d'informatique inscrit dans les maquettes des formations. C'est dans cet esprit que des moyens informatiques sont mis à disposition pour les deux épreuves orales afin que les candidats puissent valoriser leurs compétences dans ce domaine. Une utilisation pertinente en est attendue. La liste des logiciels disponibles peut être consultée sur le site du jury à l'adresse `http://interne.agreg.org`.

3.1.3 Conseils généraux aux candidats

Il convient en premier lieu de lire très attentivement le sujet et de bien en délimiter le périmètre pour éviter aussi bien des oublis que des hors sujets.

Il est attendu de candidats à un concours tel que celui de l'agrégation une maîtrise complète du programme du lycée (par exemple concernant les notions de continuité et de dérivabilité, l'intégration ou la dérivation de fonctions usuelles ou encore les intersections de droites ou de plans dans l'espace etc.). Des manques de ce niveau ne peuvent être que fortement sanctionnés par le jury.

Il est vivement déconseillé d'utiliser sans recul les ouvrages livrant des leçons « prêtes à l'emploi ». D'une part, parce que le but de l'épreuve orale est précisément de montrer sa propre capacité à structurer l'exposé d'une question donnée, ce qui suppose souvent de comparer plusieurs ouvrages et de faire des choix réfléchis. D'autre part, parce que le jury connaît parfaitement ces ouvrages, ce qui l'amène souvent à s'assurer de la bonne maîtrise par les candidats des passages délicats et bien identifiés par lui.

Lors du développement (première épreuve orale) ou de la correction de l'exercice (seconde épreuve orale), attention à ne pas sacrifier la rédaction pour gagner du temps : les candidats doivent chercher à mettre en valeur leurs compétences en terme de rigueur et de rédaction. Il est attendu un minimum de rigueur dans l'usage des quantificateurs, des variables et des indices. Les hypothèses, les conclusions, méritent d'être explicitement écrits avec les locutions adaptées (*supposons, donc,...*). On doit pouvoir différencier, à la lecture du tableau, les hypothèses et les conclusions. Comme pour les épreuves écrites, le jury attire l'attention sur la rigueur mathématique attendue : les énoncés des théorèmes et des définitions doivent être précis et complets, les quantificateurs ou connecteurs logiques doivent être rigoureusement utilisés.

L'usage pertinent des outils numériques pour illustrer ou clarifier un thème est à favoriser et est quasiment inévitable pour le traitement de certains sujets qui énoncent des aspects algorithmiques ou des calculs approchées d'intégrales. Il est vraiment dommage de ne pas proposer un code lors d'une leçon liée à l'algorithmique : a minima, la présentation d'un pseudo-code est attendue dans ces leçons. Par exemple, le sujet 428 *Exemples d'étude et de résolution exacte ou approchée d'équations différentielles scalaires*, il est attendu du candidat qu'il puisse présenter au moins une procédure en lien avec le titre, par exemple celle d'Euler. Dans les thèmes de probabilités, il serait agréable de voir des propositions de simulation informatique de variables aléatoires réelles, des calculs approchés de probabilités ou d'espérances. Précisons tout de même que, lorsqu'il y en a un, le contenu informatique préparé par le candidat a vocation à être présenté lors des deux premières parties de l'oral, et non pendant l'entretien qui suit.

3.2 L'épreuve orale d'exposé

L'épreuve orale d'exposé se déroule en trois temps :

— présentation du plan (durée maximale de 15 minutes) ;
— développement d'un élément du plan choisi par le candidat (durée maximale de 15 minutes) ;
— questions du jury (pour la durée complémentaire de l'épreuve).

3.2.1 Présentation d'un plan détaillé

Il s'agit de présenter les notions et les principaux résultats liés au sujet. C'est un exercice de synthèse qui suppose de savoir mettre en évidence les articulations entre les objets présentés et de bien faire ressortir les enchaînements d'idées. Ce ne doit pas être un catalogue de définitions et de résultats sans véritables liens entre eux. Le candidat est invité à bien cerner le contour de la leçon. Il est inutile de détailler les notations et définitions élémentaires et de trop s'attarder sur les prérequis, afin de disposer d'un temps suffisant pour aborder la partie consistante et centrale du sujet. Il n'est pas attendu du candidat qu'il écrive tout en détail au tableau. Il peut varier les modalités de présentation au cours des quinze minutes, afin de donner davantage de dynamisme à la leçon et mettre en valeur le cœur du sujet. Par exemple, certains candidats ont choisi de projeter les définitions initiales alors que les théorèmes ou propriétés sont écrits au tableau, ce que le jury a apprécié. Attention toutefois à ne pas projeter un plan trop fourni et issu d'un livre ! Quelque soit le format choisi par le candidat, le propos doit rester rigoureux, les théorèmes importants ou les propriétés centrales du sujet doivent être énoncés avec précision (hypothèses, quantificateurs existentiels ou universels...).

Le plan doit être cohérent sur l'ordre de présentation des différentes notions ou théorèmes. Il est aussi important que l'exposé ne se résume pas à une accumulation de définitions, de propriétés ou de théorèmes et qu'il y ait un minimum de cohérence entre et au sein des parties. Un plan avec des intitulés de paragraphes est attendu. Il faut savoir prendre du recul et souligner oralement les liens entre les différents résultats présentés. Il est très apprécié d'être capable de fournir des exemples et contre-exemples des propriétés ou théorèmes cités. En particulier, il convient d'avoir réfléchi aux réciproques des conditions nécessaires ou suffisantes énoncées dans le plan. De même, les candidats sont invités, lorsque c'est pertinent, à proposer des applications, même si cela n'est pas explicitement demandé dans le libellé du sujet.

Le plan doit refléter les capacités de synthèse que l'on est en droit d'attendre d'un professeur de mathématiques. Lorsque le thème de la leçon est vaste, il n'est pas indispensable de tout dire, mais il faut préciser en début d'exposé les choix faits pour la présentation.

Une motivation pertinente, même orale, des notions fondamentales introduites est bienvenue, tout comme les exemples qui permettent d'illustrer les résultats théoriques. Le jury apprécie toute application dans des domaines variés témoignant d'une solide maîtrise mathématique et d'une bonne culture scientifique du candidat. Ce dernier est encouragé à illustrer les exposés par des schémas, par exemple pour la méthode de Newton ou la comparaison série/intégrale.

3.2.2 Développement

Le développement consiste à détailler et exposer une situation mathématique significative et importante de la leçon (souvent la démonstration d'un théorème), et figurant explicitement dans le plan. À ce titre le candidat doit s'assurer qu'il a prévu dans son plan le moment adéquat pour écrire proprement l'énoncé du développement. Ce développement se fait sans notes, celles-ci pouvant être consultées occasionnellement avec l'accord du jury (par exemple pour vérifier une hypothèse ou une notation). Il permet au jury d'apprécier les compétences mathématiques du candidat et sa capacité à effectuer une présentation vivante, claire et maîtrisée d'une question. Le développement ne doit pas se limiter à la « récitation » d'une démonstration apprise par cœur. Le candidat doit au contraire montrer qu'il domine son sujet en présentant le canevas de la démonstration, en annonçant avec précision les résultats intermédiaires qu'il cherche à établir et le type de raisonnement qu'il met en œuvre (raisonnement par l'absurde, par analyse-synthèse, par récurrence, etc.), en indiquant les moments où interviennent les hypothèses, etc. Il est également attendu une présentation rigoureuse (quantificateurs appropriés, hypothèses de récurrence précises...). Enfin, il est souhaitable pour le candidat de savoir aller plus en profondeur sur le développement présenté, notamment lorsqu'on modifie légèrement les hypothèses. Cela permet au jury de s'assurer de la compréhension de leur rôle dans la construction du résultat énoncé.

Le choix du développement revient au candidat et non aux examinateurs. ; rappelons que ce choix est en soi un élément de l'évaluation. Le point développé doit être substantiel, consistant et au cœur du sujet. Il n'est pas admissible de démontrer un théorème en admettant l'essentiel du contenu mathématique de sa preuve dans un lemme énoncé dans le plan et en se contentant de faire de simples vérifications. Il est conseillé de s'assurer également des démonstrations de bases relatives à un exposé : par exemple, sur une leçon sur le théorème des accroissements finis (216), faire un développement compliqué mais ne pas connaitre les grandes lignes de la démonstration du théorème des accroissements finis ne fait un bon effet.

Le jury a également sanctionné dans la notation les candidats qui ont proposé la résolution d'un exercice élémentaire ou la présentation d'un exemple inconsistant. Ce n'est pas ce qui est attendu, outre le fait que cette pratique biaise la nature complémentaire des deux épreuves orales et pourrait s'interpréter comme une stratégie d'optimisation consistant à préparer des développements susceptibles d'être présentés aussi bien en exposé qu'en exercices. Enfin, certains candidats ont visiblement préparé des développements « passe-partout » qu'ils considèrent comme interchangeables entre plusieurs exposés mais qui s'avèrent souvent n'avoir qu'un lien très ténu avec le sujet choisi, ce qui est aussi sanctionné par le jury. Par exemple, le critère d'Eisenstein est trop systématiquement proposé en développement dans beaucoup de leçons d'algèbre, le plus souvent sans application. Comme application possible, citons par exemple l'existence de polynôme irréductible de tout degré dans $\mathbb{Q}[X]$. De même, la méthode de Newton est très souvent proposée, le plus souvent sans dessin ! La vitesse de convergence de cette méthode doit être connue si on décide de la présenter.

3.2.3 Questions du jury

Les questions du jury visent à s'assurer de la bonne compréhension et d'une maîtrise suffisante des notions présentées par le candidat. Les premières permettent souvent de corriger les éventuelles imprécisions ou erreurs figurant dans le plan ou dans le développement. Elles peuvent aussi consister à appliquer un résultat de la leçon sur un exemple proposé par le jury. Elles ne sont pas posées dans le but de piéger les candidats et ne nécessitent que très rarement de longs arguments. Si le candidat n'a pas proposé d'exemple ou de contre-exemple, cela pourra lui être demandé à ce moment de l'épreuve. De même, le candidat doit s'attendre à ce que le jury lui demande des justifications, voire des démonstrations, de points ou notions qu'il aura exposés.

Les capacités de recherche et d'interaction du candidat avec le jury sont particulièrement évaluées lors de ce temps de l'épreuve. Réfléchir à haute voix, reformuler la question posée, se placer dans un cas particulier quand on ne voit pas comment traiter le cas général, s'aider de figures ou de schémas sont autant d'attitudes qui sont valorisées par le jury.

Au début de l'entretien, les candidats peuvent s'attendre à ce que le jury demande si la réciproque d'un théorème qu'il a énoncé, est vraie ou non, à ce que le jury questionne sur des étapes et/ou affirmations du développement, sur des propriétés ou des théorèmes que mobilise le développement, etc.

3.2.4 Conseils aux candidats

À propos de l'exposé.

Se placer d'emblée dans un cadre plus vaste que celui qui est précisé dans l'intitulé du sujet n'est pas recommandé car c'est prendre le risque de ne pas développer des particularités spécifiques à la question posée ou de traiter des parties « hors sujet », inévitablement sanctionnées par le jury. De même, il peut être risqué de se placer dans des espaces trop abstraits si on n'est pas capable d'en donner des exemples et si tous les résultats de la leçon se placent dans un cadre plus restrictif (par exemple, choisir de se placer dans des espaces normés généraux pour la leçon 204 *espaces vectoriels normés de dimension finie, normes usuelles, équivalence des normes. Applications*). Il est préférable, si on le souhaite, d'étendre les résultats présentés en fin d'exposé.

Clarifier rapidement les pré-requis et les objectifs en début de présentation de l'exposé évitera des rappels trop long qui pèsent sur le temps de présentation et parfois ne répondent pas directement au sujet. Le plan de la leçon a vocation à mettre en valeur les éléments les plus importants et à mettre en perspective les différents résultats les uns avec les autres.

Beaucoup d'exposés se limitent à un cumul de définitions (dans la partie I), de propriétés (partie II) et d'applications (partie III), sans illustration : proposer des exemples et des contre-exemples, des illustrations graphiques pour illustrer les contenus théoriques est attendu. Il faut également profiter de l'exposé du plan pour justifier la cohérence du plan, en expliquant oralement les liens entre les différents résultats et exemples. Trop de candidats se contentent de lire à haute voix ce qu'ils sont en train de recopier au tableau depuis leurs notes.

Il est apprécié d'annoncer un squelette de plan en début de l'exposition du plan détaillé. Cela aide le jury à voir si le temps est correctement géré par le candidat et éventuellement à lui indiquer qu'il faut accélérer s'il veut terminer sa présentation dans le temps imparti.

Lorsque l'intitulé de la leçon comporte le mot *applications*, le jury attend une application de la notion ou des outils évoqués dans le titre, pas seulement quelques exemples illustrant la notion. Par exemple, dans la leçon autour des séries positives, peu de candidats pensent aux applications en probabilités avec les calculs d'espérance ou de variance.

À propos du développement.

Le développement choisi doit avoir un lien important avec le thème de la leçon. Un développement de 15 minutes ou seules 2 minutes sont en rapport avec la leçon est considéré comme hors sujet.

Il est nécessaire de bien comprendre toutes les étapes du raisonnement écrit dans un livre, où certains détails sont parfois absent : le jury attend du candidat qu'il soit capable d'expliquer tous les passages de son développement. Ainsi, lorsque le candidat choisit de développer le critère d'Eisenstein, trop souvent le point délicat du raisonnement n'est identifié par les candidats et n'est donc pas compris.

Il est souhaitable de clarifier les étapes du développement, à l'oral ou à l'écrit : certains développements relèvent parfois d'une accumulation d'idées dont il est difficile d'extraire les étapes essentielles, ce qui est en général un mauvais signe de maîtrise de l'idée principale ou des idées principales.

À propos du niveau.

Au sujet du niveau auquel le candidat place son exposé, il convient d'éviter deux écueils :

celui de se placer à un niveau trop élémentaire et celui de vouloir traiter des questions que l'on ne maîtrise pas ou mal. Il appartient au candidat de proposer un exposé en adéquation avec le niveau du programme de l'agrégation interne : pour certaines leçons qui peuvent se traiter à un niveau élémentaire (par exemple, la leçon 207, *théorème des valeurs intermédiaires. Applications*), il est nécessaire de proposer des applications d'un niveau dépassant l'enseignement secondaire. Il est également nécessaire de maîtriser les notions, théorèmes et exemples donnés dans le plan : si le jury peut comprendre que le candidat ne sache pas démontrer de façon immédiate tous les théorèmes de la leçon, il attend au moins une idée des preuves de ces théorèmes et que les applications mentionnées dans l'exposé (et donc explicitement choisies par le candidat) puissent être expliquées. Il appartient donc au candidat de ne pas multiplier les exemples « séduisants » s'il ne sait pas les développer au moins dans les grandes lignes. Des développements ambitieux sont parfois proposés sans que certains exercices de niveau plus modeste soient maîtrisés (par exemple, le concours des médianes dans un triangle, des calculs de PGCD ou de PPCM...).

À propos de certains thèmes.

Il est crucial de faire des dessins ou de donner des images mentales d'objets mathématiques en jeu, dans le cas de la géométrie, voire de l'analyse. La modélisation en probabilités passe aussi (et souvent) par l'appui de représentations.

Dans les leçons sur les systèmes linéaires, on attend l'utilisation des opérations élémentaires et que le candidat sache qu'appliquées à une matrice, ces opérations reviennent à multiplier cette matrice à gauche ou à droite par des matrices que l'on sait retrouver.

Certains candidats traitent séparément les notions de PGCD et PPCM dans $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{K}[X]$. Il faut savoir se placer dans un cadre plus général (au moins pouvoir répondre à la question inévitable du jury) avec la définition du PGCD et du PPCM par des idéaux.

Il serait bon que les candidats connaissent les hypothèses des théorèmes d'intégration par parties et changement de variable.

Pour les leçons concernant les intégrales impropres, la non-référence aux intégrales de Riemann ou de Bertrand est un manque, surtout quand au contraire un résultat type Abel apparait.

3.3 L'épreuve orale d'exemples et exercices

L'épreuve d'exemples et exercices consiste à présenter une sélection de situations particulières d'enseignement sur un thème donné. Le candidat témoigne ainsi de sa maîtrise mathématique du sujet et de sa réflexion pédagogique relative à son enseignement. En réponse au sujet qu'il a retenu, le candidat propose trois à six exercices ou exemples dont il rédige l'énoncé sur des feuilles pré-imprimées qui lui sont remises. À l'issue de la préparation, des photographies de ce document sont réalisées et remises aux examinateurs. Le candidat dispose de trois feuilles pour présenter son choix d'exercices, accompagnées éventuellement d'une quatrième pour les figures.

L'épreuve orale se déroule en trois temps :

- présentation motivée de l'ensemble des exercices ou exemples sélectionnés par le candidat (durée maximale de 10 minutes) ;
- résolution commentée d'un des exercices ou exemples au choix du candidat parmi ceux qu'il vient de présenter (durée maximale de 15 minutes) ;
- questions du jury (pour la durée complémentaire de l'épreuve).

L'épreuve n'est pas censée représenter une séance devant une classe de collège ou de lycée ; des objectifs plus ambitieux et un rythme plus soutenu doivent être adoptés sous réserve d'une bonne maîtrise des notions mathématiques sous-jacentes et d'une certaine qualité d'exposition.

L'attention des candidats est appelée sur les deux points suivants :

- la formulation d'un énoncé est un acte pédagogique et le candidat est invité à modifier ceux des ouvrages qu'il consulte, en fonction de l'objectif pédagogique qu'il se fixe. Ainsi,

par exemple, des énoncés segmentés en de trop nombreuses questions ne demandant que des vérifications élémentaires ne sont pas adaptés à cette épreuve ;
- la démonstration d'une propriété du cours nécessite, si le candidat souhaite la proposer dans sa liste d'exercices ou d'exemples, un réel travail de transformation pédagogique pour qu'elle devienne un véritable exercice, au risque sinon de dévoyer le sens de cette épreuve en reprenant à l'identique des énoncés qui ont en fait toute leur place dans l'épreuve d'exposé.

Cette épreuve nécessite un important travail de préparation en amont car elle suppose une réflexion transversale préalable sur les notions figurant au programme afin de pouvoir en présenter des illustrations variées. Elle demande du recul et il ne faut pas s'étonner de voir le jury demander le schéma général de résolution d'un exercice proposé par le candidat, sans en demander tous les détails : cela suppose de bien maîtriser les mathématiques sous-jacentes et exclut en particulier la recopie d'exercices trouvés à la hâte dans divers recueils.

3.3.1 Présentation motivée des exercices ou exemples

Il s'agit d'expliquer soigneusement les raisons qui ont conduit au choix des exercices et il est inutile de recopier les énoncés au tableau, le jury en disposant déjà. Motiver le choix d'une liste d'exercices, c'est en expliquer la pertinence par des raisons d'ordre pédagogique ou mathématique (l'un n'excluant pas l'autre), préciser les prérequis, situer les exercices dans leur contexte, commenter leur apport sur le plan pédagogique, etc. Le jury recommande aux candidats de préparer soigneusement cette phase de l'épreuve, trop d'entre eux arrivant encore démunis de tout argumentaire solide.

Voici quelques éléments de motivations possibles :

Objectif : s'il est important d'indiquer à quel public s'adressent les exercices et ce qu'ils supposent connu de ce public, ceci doit être fait brièvement. Il faut également décrire quel est l'objectif de chaque exercice : illustration ou complément d'un résultat de cours, entraînement à une technique de calcul particulière, mise en évidence d'une propriété remarquable, etc. Insistons : cette présentation doit être concise.

Niveau : les difficultés éventuelles d'un énoncé doivent être mises en évidence. Le souci de graduer ces difficultés ou d'aider à les surmonter par des indications appropriées ou des questions intermédiaires constitue un aspect possible de la présentation des exercices. Il est important d'indiquer l'apport mathématique de chaque exercice choisi.

Cohérence : les énoncés ne doivent pas constituer une collection hétéroclite, sans que jamais ne se dégage une quelconque méthode un peu générale : leur ensemble doit posséder un certain degré de cohérence, variable selon les sujets. Il serait bon que les candidats puissent dégager les idées, méthodes générales qui entrent en jeu même si elles sont illustrées dans les exercices sur des cas particuliers. Indiquer les connexions pouvant relier certains énoncés est une démarche appréciée, de même que l'indication de la place de ces exercices dans une séquence d'enseignement. Dans tous les cas, il faut s'assurer que les exercices retenus sont en adéquation avec le sujet proposé et « balayent » effectivement l'ensemble du sujet.

Intérêt : un exercice peut apporter un éclairage particulier sur une notion ou laisser entrevoir un développement de celle-ci ou encore en donner une application pertinente. De tels critères peuvent être mis en avant pour justifier du choix d'un exercice. Il est d'ailleurs bon de citer les concepts ou théorèmes sous-jacents. Lorsqu'il existe diverses méthodes ou outils pour résoudre un problème donné, un exercice peut avoir pour objectif d'en comparer certaines, ne serait-ce que sur des exemples.

Originalité : le choix d'un exercice ne doit pas se limiter au recyclage de quelques situations.

Les candidats doivent absolument savoir résoudre tous les exercices qu'ils proposent (ce qui va sans dire pour l'exercice qu'ils choisissent de développer).

3.3.2 Résolution détaillée d'un exercice ou d'un exemple

À l'issue de la présentation des exercices, le candidat désigne un exercice ou exemple qu'il se propose de résoudre en détail. Insistons, comme pour l'épreuve d'exposé, sur le fait que ce choix revient au candidat et non aux examinateurs et qu'il constitue un élément de l'évaluation. Au cours de cette phase, tout comme de la précédente, les examinateurs n'interviennent pas et le candidat doit faire preuve d'autonomie. Il convient néanmoins de mettre en avant certaines erreurs ou maladresses à éviter. Il est très maladroit, et pénalisant, de choisir de développer un premier exercice très élémentaire (la résolution est supposée durer quinze minutes), même si on a donné une liste progressive et substantielle. Il convient d'éviter de présenter un exercice que le nombre pléthorique de questions intermédiaires viderait de sa substance et qui cantonnerait le candidat à une succession de tâches atomisées. On rappelle que les candidats doivent être capables de fournir un énoncé correct des théorèmes qu'ils utilisent lors de la résolution de leurs exercices.

3.3.3 Questions du jury

Ces questions peuvent être de plusieurs sortes. Elles permettent souvent de corriger d'éventuels lapsus ou de mettre en évidence une faille dans la solution ou encore de s'assurer que le candidat a réellement saisi les divers aspects de la résolution (en examinant par exemple l'impact d'une modification des hypothèses sur le résultat annoncé). Il est bien souvent demandé au candidat de donner des précisions sur la résolution de l'exercice qu'il a proposé.

Le candidat doit s'attendre aussi à être interrogé, au moins partiellement, sur la résolution de chacun des exercices qu'il propose. À défaut d'une solution détaillée, il peut lui être demandé les méthodes utilisées ou les différents enchaînements de la résolution. Il est du plus mauvais effet de proposer un exercice que l'on ne sait pas résoudre.

Par ailleurs, les examinateurs cherchent à déterminer si les notions apparaissant dans tel ou tel énoncé sont effectivement connues du candidat. En ce sens, un choix d'exercices trop ambitieux risque d'élever le niveau des questions posées. Il n'est pas recommandé d'évoquer des questions à propos desquelles on n'a aucun recul.

Pour terminer, soulignons que les questions du jury n'ont en aucun cas pour but de déstabiliser le candidat. Elles visent simplement à cerner au mieux l'étendue de ses connaissances et compétences. Encore un fois, précisons que le jury attend un échange scientifque avec le candidat.

3.3.4 Conseils aux candidats

À propos du choix des exercices.

Proposer des exercices variés, dans des champs thématiques différents lorsque l'intitulé du sujet s'y prête, est valorisé. Indiquer leur degré de progressivité est aussi intéressant. Présenter des énoncés à questionnement moins dirigé et qui engagent différentes démarches est également valorisé. Beaucoup de candidats proposent des exercices de niveau insuffisant (niveau licence 1au maximum) ou des démonstrations de cours reformulées en exercices, un peu trop guidés. Nous leur conseillons de proposer aussi des exercices plus pertinents, de niveau licence 2 ou 3.

Il est fortement conseillé d'éviter les exercices redondants et qui illustrent la même notion, les exercices hors sujet, les exercices trop élémentaires. Pour ces derniers, il est fort probable que le jury propose des exercices d'un niveau plus soutenu, susceptible de mettre en difficulté le candidat car il devra les résoudre directement au tableau et sans préparation.

Il est attendu du candidat qu'il sache résoudre tous les exercices proposés et pas uniquement celui proposé en développement. Il est également attendu que le candidat soit capable de résoudre un exercice proche d'un de ceux qu'il a proposé.

Quand l'intitulé d'une leçon ou d'une épreuve d'exercices est « utilisation de la notion de », « exercices faisant intervenir/illustrant… », il faut veiller à mettre l'accent sur les applications des notions et non la notion elle même. Ainsi dans la leçon 414 (exemples d'utilisation de développements limités de fonctions d'une ou plusieurs variables,) on ne doit pas proposer une suite de calculs techniques de développements limités hors contexte. De plus, il faut traiter l'intégralité du sujet, le *ou* étant inclusif.

Attention également à respecter le thème choisi : par exemple, pour « exercices utilisant les permutations d'un ensemble fini », la décomposition d'une permutation en produit de cycles n'est pas pertinente.

L'exercice résolu doit faire intervenir le thème de manière conséquente et non pas uniquement une minute sur les quinze, comme on a pu le voir.

À propos de la présentation des exercices et de la correction.

Lors de cette présentation, il est attendu du candidat d'indiquer les points saillants qu'apporte chaque exercice plutôt que de le lire ou de reformuler son énoncé et de motiver l'intérêt d'avoir tel ou tel exercice par rapport au thème donné. La présentation des exercices n'a pas tant pour but de les communiquer au jury que de les mettre en valeur et en perspective. Lorsque cela est pertinent, il peut être bon durant ces dix minutes de présentation de rappeler les théorèmes importants utilisés pour la résolution de chaque exercice. Ces théorèmes étant parfois longs et techniques, il vaut mieux les écrire au tableau, au risque sinon d'être mal compris par le jury. Il est également possible lors de cette présentation de donner des clés de résolution de certains des exercices de manière synthétique.

Il est déconseillé d'écrire les énoncés des exercices lors de la présentation : le jury dispose de ces énoncés.

L'exercice choisi doit avoir un lien important avec le thème choisi. Une correction de 15 minutes ou seules 2 minutes sont en rapport avec le thème est considéré comme hors sujet. Par exemple, lorsque le thème porte sur les équations ou les systèmes différentiels, la correction ne doit pas porter essentiellement sur la décomposition de Dunford d'une matrice 3×3, sous prétexte que cette décomposition servira à résoudre un système différentiel linéaire.

À propos des questions du jury.

Les candidats doivent savoir réagir efficacement et ne pas être déstabilisés par une question du type « Pourriez-vous nous énoncer ce théorème comme vous étiez en cours face à des étudiants ? » et être capable de donner un énoncé ou une définition claire et mathématiquement irréprochable.

Quand le jury pose une question ou un exercice, il aimerait entendre le candidat raisonner à haute voix, faire des analogies, des dessins, proposer des pistes cohérentes (sans nécessairement trouver la solution immédiatement). Trop de candidats ne disent rien de peur de commettre des erreurs.

Le candidat doit s'attendre à être questionné sur les théorèmes principaux en lien avec le thème. Par exemple, dans la leçon sur les exemples de changement de variables, le jury attend du candidat qu'il soit capable de donner l'énoncé du théorème de changement de variable pour les intégrales.

3.3.5 Conseils généraux pour les épreuves orales

En tout premier lieu, les candidats doivent s'assurer que les énoncés des exercices qu'ils proposent ne comportent pas d'erreurs.

Le jury conseille aux candidats de bien prendre le temps d'écouter les questions et de ne pas hésiter à prendre quelques notes (au tableau) des indications fournies. Les candidats doivent avoir en tête que le jury n'est là que pour essayer de connaître le niveau réel du candidat et à aucun moment pour chercher à le déstabiliser. Bien que le stress soit évidemment compréhensible, il faut autant que possible montrer au jury qu'on est capable de raisonner et de mettre en ?uvre les notions présentées. Certains candidats ne sont pas à l'écoute du jury et s'enferment dans leurs erreurs sans chercher à comprendre les efforts du jury pour les aider à raisonner. Une meilleure écoute leur rendrait grand service. De plus, le jury peut comprendre que le candidat fasse des erreurs. Dans ce cas, le candidat de ne doit pas s'excuser mais plutôt les reconnaître et essayer de les corriger.

Attention à la rigueur de l'écriture mathématiques lors des épreuves orales : l'écriture au tableau des expressions mathématiques est trop souvent approximative (par exemple une somme écrite avec le symbole Σ dont les indices ne sont pas précisés). Les quantificateurs ne sont pas totalement maîtrisés et le signe de l'implication est très souvent oublié (dans le cas de l'expression de la continuité d'une fonction en un réel, ou bien dans le cas de la densité d'un ensemble dans un autre, par exemple) ou utilisé à mauvaise escient, comme abréviation pour le mot *donc*.

L'utilisation de dessins pour illustrer une notion est grandement appréciée.

L'utilisation de logiciels peut enrichir considérablement une présentation et être très appréciée. Néanmoins, il convient de bien comprendre les programmes que l'on propose et de ne pas se contenter de les recopier depuis un livre sans bien les maîtriser.

Il est recommandé aux candidats de ne pas oublier leurs brouillons dans la salle de préparation, au moment de rejoindre leur salle d'interrogation : en cas de trou de mémoire important lors du développement ou lors de la correction de l'exercice, le jury peut laisser le candidat consulter brièvement ses notes.

Les candidats peuvent trouver sur internet ou ailleurs beaucoup de commentaires sur la façon de préparer les couplages, d'interroger ou d'évaluer les candidats lors des épreuves orales, sur les développements à proposer, etc. Rappelons que la seule source fiable pour ce genre de questionnement provient du présent rapport et du site internet du jury. Les propos tenus hors de ce cadre n'engagent que leurs auteurs et sont fortement sujet à caution.

3.3.6 Statistiques sur le choix des leçons

Les feuilles de tirage au sort des sujets sont construites de telle sorte que chaque sujet est équiprobable. Cependant, comme toutes ces feuilles ne sont pas tirées au sort, une fluctuation existe sur le nombre de fois que chaque sujet est tiré. Les tableaux suivants donnent, pour chaque sujet, le nombre de fois où le sujet a été tiré au sort, a été choisi (en nombre et en pourcentage), la proportion de candidats ayant choisi le sujet parmi ceux qui l'ont tiré au sort, et la moyenne obtenue par les candidats ayant composé sur ce sujet. La liste des sujets se trouve en section 4.

Pour les leçons d'algèbre et géométrie :

No	Tiré	Choisi	% Choisi	Choisi/tiré	Moyenne
101	14	10	7,1%	71%	51,1
102	11	4	5,6%	36%	55,3
103	9	8	4,6%	89%	43,6
104	17	4	8,6%	24%	46,3
105	13	8	6,6%	62%	52,6
106	16	7	8,1%	44%	57,6
107	13	10	6,6%	77%	60,1
108	12	7	6,1%	58%	55,9
109	13	5	6,6%	38%	66,2
110	12	9	6,1%	75%	56,3
111	10	4	5,1%	40%	61,0
112	10	7	5,1%	70%	41,9
113	7	1	3,6%	14%	45,0
114	12	6	6,1%	50%	39,7
115	10	4	5,1%	40%	54,8
116	10	6	5,1%	60%	54,2
117	15	12	7,6%	80%	42,3
118	12	12	6,1%	100%	49,8
119	13	11	6,6%	85%	46,5
120	9	6	4,6%	67%	42,8
121	12	9	6,1%	75%	58,6
122	12	7	6,1%	58%	42,1
123	9	2	4,6%	22%	71,5
124	18	8	9,1%	44%	51,3
125	14	3	7,1%	21%	50,3
126	10	6	5,1%	60%	39,8
127	13	4	6,6%	31%	45,3
128	9	3	4,6%	33%	52,0
129	12	2	6,1%	17%	61,0
130	12	3	6,1%	25%	43,0
131	12	4	6,1%	33%	42,5
132	13	0	6,6%	0%	
133	14	5	7,1%	36%	52,2

Pour les leçons d'analyse et probabilités :

No	Tiré	Choisi	% Choisi	Choisi/tiré	Moyenne
201	12	9	$6,0\%$	75%	$38,0$
202	15	12	$7,5\%$	80%	$51,3$
203	11	10	$5,5\%$	91%	$47,3$
204	13	4	$6,5\%$	31%	$57,3$
205	10	2	$5,0\%$	20%	$52,0$
206	9	4	$4,5\%$	44%	$63,8$
207	15	9	$7,5\%$	60%	$37,1$
208	11	4	$5,5\%$	36%	$58,3$
209	12	8	$6,0\%$	67%	$55,6$
210	14	7	$7,0\%$	50%	$39,0$
211	14	11	$7,0\%$	79%	$38,5$
212	12	5	$6,0\%$	42%	$55,2$
213	13	4	$6,5\%$	31%	$46,5$
214	12	7	$6,0\%$	58%	$48,9$
215	10	10	$5,0\%$	100%	$46,7$
216	13	7	$6,5\%$	54%	$63,4$
217	9	4	$4,5\%$	44%	$48,3$
218	13	5	$6,5\%$	38%	$41,8$
219	10	3	$5,0\%$	30%	$44,3$
220	13	1	$6,5\%$	8%	$20,0$
221	14	7	$7,0\%$	50%	$62,0$
222	7	3	$3,5\%$	43%	$36,3$
223	14	5	$7,0\%$	36%	$44,8$
224	12	8	$6,0\%$	67%	$55,1$
225	12	6	$6,0\%$	50%	$50,7$
226	13	8	$6,5\%$	62%	$53,5$
227	12	6	$6,0\%$	50%	$62,7$
228	10	6	$5,0\%$	60%	$49,8$
229	15	7	$7,5\%$	47%	$48,9$
230	12	7	$6,0\%$	58%	$42,4$
231	14	5	$7,0\%$	36%	$58,2$
232	13	2	$6,5\%$	15%	$52,5$
233	13	4	$6,5\%$	31%	$26,5$

Pour les exercices d'algèbre et géométrie :

No	Tiré	Choisi	% Choisi	Choisi/tiré	Moyenne
301	14	11	5,5%	79%	57,2
302	12	8	4,0%	67%	55,5
303	15	1	0,5%	7%	30,0
304	17	8	4,0%	47%	47,0
305	17	13	6,5%	76%	56,0
306	14	10	5,0%	71%	46,2
307	12	7	3,5%	58%	55,0
308	14	13	6,5%	93%	51,2
309	13	11	5,5%	85%	69,5
310	10	5	2,5%	50%	56,0
311	14	7	3,5%	50%	50,9
312	14	11	5,5%	79%	49,7
313	14	10	5,0%	71%	52,0
314	11	7	3,5%	64%	40,9
315	14	11	5,5%	79%	36,9
316	11	7	3,5%	64%	50,7
317	12	6	3,0%	50%	55,0
318	13	10	5,0%	77%	43,7
319	17	12	6,0%	71%	56,3
320	13	5	2,5%	38%	52,8
321	10	6	3,0%	60%	50,5
322	15	0	0,0%	0%	
323	12	0	0,0%	0%	
324	14	6	3,0%	43%	59,0
325	14	2	1,0%	14%	65,5
326	15	1	0,5%	7%	76,0
327	17	5	2,5%	29%	48,2
328	17	4	2,0%	24%	46,0
329	13	2	1,0%	15%	99,0

Pour les exercices d'analyse et probabilités :

No	Tiré	Choisi	% Choisi	Choisi/tiré	Moyenne
401	13	9	$4,5\%$	69%	$45,2$
402	13	9	$4,5\%$	69%	$42,0$
403	9	7	$3,5\%$	78%	$50,6$
404	8	7	$3,5\%$	88%	$49,3$
405	14	6	$3,0\%$	43%	$36,2$
406	11	6	$3,0\%$	55%	$50,2$
407	12	5	$2,5\%$	42%	$57,3$
408	11	7	$3,5\%$	64%	$43,9$
409	9	7	$3,5\%$	78%	$54,6$
410	13	11	$5,5\%$	85%	$62,4$
411	11	5	$2,5\%$	45%	$58,0$
412	13	9	$4,5\%$	69%	$43,7$
413	12	6	$3,0\%$	50%	$57,5$
414	7	5	$2,5\%$	71%	$34,2$
415	13	4	$2,0\%$	31%	$51,8$
416	13	9	$4,5\%$	69%	$37,9$
417	13	9	$4,5\%$	69%	$48,3$
418	9	4	$2,0\%$	44%	$52,0$
419	11	7	$3,5\%$	64%	$41,9$
420	10	6	$3,0\%$	60%	$55,0$
421	13	2	$1,0\%$	15%	$47,5$
422	13	4	$2,0\%$	31%	$35,7$
423	13	0	$0,0\%$	0%	
424	13	8	$4,0\%$	62%	$54,1$
425	11	5	$2,5\%$	45%	$42,4$
426	10	3	$1,5\%$	30%	$59,7$
427	14	0	$0,0\%$	0%	
428	11	6	$3,0\%$	55%	$51,2$
429	11	3	$1,5\%$	27%	$38,0$
430	10	4	$2,0\%$	40%	$58,8$
431	13	5	$2,5\%$	38%	$50,0$
432	9	8	$4,0\%$	89%	$61,1$
433	13	5	$2,5\%$	38%	$32,6$
434	11	4	$2,0\%$	36%	$48,8$

4 Liste des sujets d'oral utilisés lors de la session 2024

4.1 Leçons d'algèbre et géométrie

101 Groupes monogènes, groupes cycliques. Exemples.

102 Permutations d'un ensemble fini, groupe symétrique. Applications.

103 Anneaux $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications.

104 Structures quotients, exemples et applications.

105 Nombres premiers. Propriétés et applications.

106 Idéaux d'un anneau commutatif. Exemples.

107 PGCD dans $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{K}[X]$ où $\mathbb{K}$ est un corps commutatif, théorème de Bézout. Algorithme d'Euclide. Applications.

108 Polynômes à une indéterminée à coefficients réels ou complexes. On supposera les généralités sur les anneaux de polynômes connues.

109 Racines d'un polynôme à une indéterminée. Relations coefficients-racines. Applications.

110 Dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie. Rang d'une famille de vecteurs.

111 Formes linéaires, hyperplans, dualité en dimension finie. Exemples.

112 Déterminants. Applications.

113 Systèmes d'équations linéaires. Applications.

114 Opérations élémentaires sur les lignes ou les colonnes d'une matrice. Applications. Aspects algorithmiques.

115 Diverses factorisations de matrices. Applications.

116 Notion de rang en algèbre linéaire et bilinéaire. Applications.

117 Valeurs propres et vecteurs propres. Recherche et utilisation.

118 Réduction d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications. (On supposera connues les notions de valeurs propres, vecteurs propres et sous-espace propres).

119 Polynômes d'endomorphismes en dimension finie. Applications.

120 Endomorphismes symétriques d'un espace vectoriel euclidien. Applications.

121 Endomorphismes diagonalisables. Exemples et applications.

122 Endomorphismes trigonalisables et nilpotents. Applications.

123 Groupe linéaire $\mathrm{GL}(E)$ d'un espace vectoriel de dimension finie E. Sous-groupes. Applications.

124 Barycentres. Applications.

125 Applications affines en dimension finie. Propriétés et exemples.

126 Espaces préhilbertiens réels. Orthogonalité, projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie. Applications.

127 Réduction et classification des formes quadratiques sur un espace vectoriel réel de dimension finie. Cas d'un espace euclidien. Applications aux coniques.

128 Groupe orthogonal d'un espace vectoriel euclidien de dimension 2, de dimension 3.

129 Isométries du plan affine euclidien, décomposition canonique. Applications.

130 Utilisation des nombres complexes en géométrie.

131 Groupe des nombres complexes de module 1. Sous-groupes des racines de l'unité. Applications.

132 Utilisation de groupes en géométrie.

133 Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.

4.2 Leçons d'analyse et probabilités

201 Étude de suites numériques définies par différents types de récurrence. Applications.

202 Séries à termes réels positifs. Applications.

203 Séries à termes réels ou complexes : convergence absolue, semi-convergence. (Les résultats relatifs aux séries à termes réels positifs sont supposés connus).

204 Vitesse de convergence. Méthodes d'accélération de convergence.

205 écriture décimale d'un nombre réel. Cas des nombres rationnels.

206 Théorème des valeurs intermédiaires. Applications.

207 Théorèmes des accroissements finis. Applications.

208 Fonctions convexes d'une variable réelle. Applications.

209 Différentes formules de Taylor pour une fonction d'une variable réelle. Applications.

210 Fonction réciproque d'une fonction définie sur un intervalle. Continuité, dérivabilité. Exemples.

211 Séries de fonctions. Propriétés de la somme, exemples.

212 Séries entières d'une variable réelle ou complexe. Rayon de convergence. Propriétés de la somme. Exemples.

213 Série de Fourier d'une fonction périodique. Propriétés de la somme. Exemples.

214 Méthodes de calcul approché d'une intégrale. Majoration ou estimation de l'erreur.

215 Intégrale impropre d'une fonction continue sur un intervalle de $\mathbb{R}$ (l'intégration sur un segment étant supposée connue). Exemples.

216 Intégrale d'une fonction dépendant d'un paramètre. Propriétés, exemples et applications.

217 équations différentielles linéaires d'ordre deux : $x'' + a(t)x' + b(t)x = c(t)$, où a, b, c sont des fonctions continues sur un intervalle de $\mathbb{R}$, à valeurs réelles ou complexes.

218 Systèmes différentiels linéaires du premier ordre à coefficients constants. Exemples.

219 Diverses méthodes de résolution approchée d'une équation numérique ou d'une équation différentielle.

220 Étude des courbes planes.

221 Parties compactes de $\mathbb{R}^n$. Fonctions continues sur une telle partie. Exemples et applications.

222 Fonctions de plusieurs variables : dérivées partielles, différentiabilité, fonctions de classe $\mathcal{C}^1$. Exemples.

223 Extremums d'une fonction de plusieurs variables réelles.

224 Espaces vectoriels normés de dimension finie, normes usuelles, équivalence des normes. Applications.

225 Applications linéaires continues, normes associées. Exemples.

226 Suites dans un espace vectoriel normé.

227 Théorèmes de points fixes.

228 Espérance, variance. Applications.

229 Variables aléatoires possédant une densité. Exemples.

230 Conditionnement et indépendance en probabilités. Exemples.

231 Suites de variables aléatoires indépendantes de même loi. Variables aléatoires de loi binomiale et approximations de la loi binomiale.

232 Loi normale en probabilités et statistiques.

233 Couples de variables aléatoires discrètes. Covariance. Exemples d'application.

4.3 Exemples et exercices d'algèbre et géométrie

301 Exercices sur les groupes.

302 Exercices utilisant les permutations d'un ensemble fini.

303 Exercices faisant intervenir des groupes en géométrie.

304 Exercices faisant intervenir les notions de congruence et de divisibilité dans $\mathbb{Z}$.

305 Exercices faisant intervenir les notions de PGCD et PPCM, dans $\mathbb{Z}$, $\mathbb{K}[X], \ldots$

306 Exercices illustrant l'utilisation des nombres premiers.

307 Exercices utilisant les corps $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$.

308 Exercices sur les polynômes et les fractions rationnelles.

309 Exercices d'algèbre linéaire faisant intervenir les polynômes.

310 Exercices faisant intervenir des dénombrements.

311 Exercices faisant intervenir des changements de base en algèbre linéaire et bilinéaire.

312 Exercices illustrant l'emploi de puissances ou d'exponentielles de matrices.

313 Exercices illustrant l'utilisation de la notion de rang.

314 Exercices illustrant l'utilisation de systèmes d'équations linéaires.

315 Exercices faisant intervenir des opérations élémentaires sur les lignes ou colonnes d'une matrice. Aspects algorithmiques.

316 Exercices sur les endomorphismes diagonalisables ou trigonalisables.

317 Exercices utilisant la notion d'endomorphisme nilpotent.

318 Exercices illustrant l'utilisation de vecteurs propres et valeurs propres dans des domaines variés.

319 Exercices illustrant l'utilisation de déterminants.

320 Exercices illustrant l'utilisation de décompositions de matrices.

321 Exercices faisant intervenir la réduction des matrices symétriques réelles dans des domaines variés.

322 Exercices sur les formes quadratiques.

323 Exercices sur les coniques.

324 Exercices de géométrie résolus à l'aide des nombres complexes.

325 Exercices faisant intervenir la notion de barycentre ou d'application affine.

326 Exemples d'utilisation de transformations en géométrie.

327 Exercices faisant intervenir des automorphismes orthogonaux.

328 Exercices faisant intervenir des isométries affines en dimensions 2 et 3.

329 Exemples d'étude des isométries laissant invariante une partie du plan, une partie de l'espace.

4.4 Exemples et exercices d'analyse et probabilités

401 Exemples d'étude de suites ou de séries divergentes.

402 Exemples d'étude de suites définies par une relation de récurrence ou de façon implicite.

403 Exemples de séries à termes réels ou complexes absolument convergentes et semi-convergentes.

404 Exemples de calcul exact de la somme d'une série numérique.

405 Exemples d'évaluation asymptotique de restes de séries convergentes, de sommes partielles de séries divergentes.

406 Exemples de calcul approché de la limite d'une suite, de la somme d'une série. Estimation de l'erreur.

407 Exemples d'approximations d'un nombre réel. Aspects algorithmiques.

408 Comparaison, sur des exemples, de divers modes de convergence d'une suite ou d'une série de fonctions.

409 Exemples d'étude de fonctions définies par une série.

410 Exercices sur les séries entières et leurs applications.

411 Exemples de séries de Fourier et de leurs applications.

412 Exemples d'applications du théorème des accroissements finis et de l'inégalité des accroissements finis pour une fonction d'une ou plusieurs variables réelles.

413 Exemples illustrant l'approximation de fonctions numériques.

414 Exemples d'utilisation de développements limités de fonctions d'une ou plusieurs variables.

415 Exemples de recherche d'extremums d'une fonction numérique d'une ou plusieurs variables réelles.

416 Exemples de calcul exact et de calcul approché de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment. Aspects algorithmiques.

417 Exemples d'étude d'intégrales généralisées.

418 Exemples d'utilisation d'intégrales simples et multiples : calculs de longueurs, d'aires, de volumes...

419 Exemples d'utilisation des théorèmes de convergence dominée et de convergence monotone.

420 Exemples d'étude de fonctions définies par une intégrale.

421 Exemples d'étude et de résolution exacte ou approchée d'équations différentielles scalaires.

422 Exemples d'étude et de résolution de systèmes différentiels linéaires.

423 Exemples d'étude qualitative d'équations différentielles ou de systèmes différentiels.

424 Exemples d'utilisation de changement de variable(s) en analyse.

425 Exercices utilisant des probabilités conditionnelles et la notion d'indépendance.

426 Exercices faisant intervenir des variables aléatoires.

427 Exemples d'estimation en statistiques : estimation ponctuelle, estimation par intervalles de confiance.

428 Exercices illustrant l'utilisation de la loi binomiale en probabilités et en statistiques.

429 Exemples d'étude d'applications linéaires continues et de leur norme.

430 Exemples de méthodes et d'algorithmes de résolution approchée d'équations $F(x) = 0$.

431 Exemples d'équations fonctionnelles.

432 Exemples d'applications de la notion de compacité.

433 Exemples d'utilisation d'inégalités classiques en analyse et en probabilités.

434 Exemples d'utilisation de polynômes en analyse.