université de TOURS

académie Orléans-Tours

UNIVERSITE D'ORLEANS

IREM
CENTRE VAL DE LOIRE

Rapport d'activité 2023-2024

Juillet 2024

1 Bilan général

1.1 Les groupes IREM

Quatre groupes d'enseignants ont travaillé cette année à l'IREM : chacun de ces groupes était composé de 4 à 7 enseignants (du premier degré au supérieur) encadré par un enseignant-chercheur (Nathalie Magneron, Philippe Grillot, Katja Ploog et Vincent Beck) de l'université d'Orléans.

Les thématiques abordées par les groupes étaient les suivantes

(i) Mathématique au cycle 3

(ii) Mathématiques et langages

(iii) Lycée professionnel

(iv) La malle à maths

Les premier et troisième groupes relèvent des priorités nationales choisies par la DGESCO en lien avec l'ADIREM (assemblée des directeurs d'IREM) et bénéficient d'une attribution d'heures sur le volet APN.

Le groupe « Informatique » a été mis en veille en 2023-2024 faute de disponibilité des enseignants-chercheurs qui l'encadrent.

1.2 Projet CORMECOULI : mathématiques et histoire

Dans le cadre du volet diffusion du projet CORMECOULI financé par la région Centre Val de Loire et porté par le laboratoire CETHIS de l'université de Tours, l'IREM a participé à la conception d'une mallette pédagogique à destination des enseignants de cycle 3. Il s'agit d'un jeu de rôle dans lequel les élèves contrôlent les comptabilités des villes d'Amboise, d'Orléans et Tours. Cette mallette est fabriquée par Centre Sciences, des versions empruntables sont disponibles dans les CRD des INSPE de l'académie (à Bourges, Châteauroux, Chartres, Orléans et Tours) ainsi qu'à Centre Sciences, une version numérique imprimable est disponible en ligne :
https://www.centre-sciences.org/ressources/cormecouli-corpus-medieval-des-comptabilites-urbaines-ligeriennes.

La mallette a été présentée à la journée de l'innovation pédagogique organisé par la DGESCO à Reims, au Séminaire de l'IREM de Besançon, au colloque de la commission Inter-IREM Épistémologie et Histoire des mathématiques, au colloque de la COPIRELEM à Bonneuil-sur-Marne qui s'adresse aux formateurs en mathématiques des enseignants du premier degré. Elle a reçu le prix Jacqueline Ferrand de la Société Mathématiques de France qui récompense l'innovation pédagogique.

1.3 Rayonnement

L'IREM Centre Val de Loire dispose d'une page web, hébergée sur la page de l'institut Denis Poisson, le laboratoire de mathématiques des universités de Tours et d'Orléans (https://www.idpoisson.fr/irem/). Cette page accueille les ressources produites par l'IREM, en particulier la brochure « Algorithmique au cycle 3 ». Cette brochure est référencées sur la base de publications mathématiques : Publimath. La page de l'IREM pointe aussi vers la version numérique de la mallette CORMECOULI hébergée par Centre Sciences.

Les groupes « Malle à Maths » et « Maths et Langage » ont présenté leurs travaux lors de la Journée Académique des Mathématiques le mercredi 5 juin 2024 organisée conjointement par l'IREM, les inspections de mathématiques et de Mathématiques-Physique-Chimie de l'académie d'Orléans-Tours et l'APMEP.

1.4 Réseau national des IREM

Stéphane Wollensack a participé à la Commission Inter-IREM Lycée Professionnel (1 réunion).

Vincent Beck a participé au travail de l'ADIREM (assemblée des directeurs d'IREM) pour trois des cinq jours de réunion annuels.

1.5 Fonctionnement

Suite à l'arrêt de la plateforme Confluence, la gestion des OM a basculé vers une solution de type tableur stocké sur le nuage. Cela n'a pas empêché Nathalie Pinault de poursuivre la diffusion des ordres de mission auprès des collègues de façon extrêmement efficace et diligente.

Un espace tribu a été mis en place pour permettre au groupe de stocker leurs documents pédagogiques.

2 Bilan par groupe

2.1 Groupe Mathématiques au cycle 3

Cette année, le groupe a pu se réunir cinq fois en octobre, janvier, février, avril et mai. Les réunions ont eu lieu sur le centre INSPE de Fondettes. La constitution du groupe a légèrement évolué par rapport à l'année dernière. Une collègue du premier degré a quitté le groupe, une collègue du second degré a rejoint le groupe. Le groupe est ainsi constitué de six personnes : une collègue du premier degré et cinq du second degré.

Le travail de l'année a permis de poursuivre la construction de la progression sur les fractions au cycle 3 notamment des séances à base du matériel ont été construites pour mettre en avant l'idée force qui guide notre travail (des n^e, il en faut n pour faire 1). Les séances construites portent sur l'introduction des fractions non unitaire, leur addition à dénominateur fixé et l'introduction de l'écriture fractionnaire et la décomposition comme somme d'un entier d'une fraction plus petite que 1. Quelques-unes des séances ont été menées en classe ce qui a permis de les amender.

La conception des séances se fait via un document de travail partagé accessible sur demande.

2.2 Groupe « Mathématiques & Langage »

Le travail a été mené sur la base du constat qu'un mot ou une expression pouvait bloquer les élèves dans leur réflexion mathématique. La difficulté observée en activité n'était donc pas strictement liée aux compétences spécifiques en mathématiques mais aux compétences langagières. Le travail autour des « mots bloquants » a été présenté à la JAM le 5 juin 2024. Une perspective de prolongement du travail sera la formalisation des acquis par un article pour l'APMEP « Au fil des maths ».

Analyse des « mots bloquants ».

Nous avons désigné comme « mots bloquants » les termes et expressions qui se présentent comme obstacle à la compréhension, à la réalisation de l'activité mathématique ou à la construction de la nouvelle notion abordée. Nous avons procédé à un premier inventaire dans la pratique de classe, fondé sur les situations d'absence de réponse à la question posée, de réponse erronée, en particulier celles où la réponse ne présentait pas de lien avec la notion à l'étude, d'usage langagier non adapté, et des questionnements d'élève. L'inventaire a révélé que l'éventail des items était diversifié du point de vue grammatical (noms, verbes...).

Dès lors que (tous) les mots pointés sont introduits en classe progressivement, nous avons fait l'hypothèse que l'usage non réflexif, au fil du temps, créait le « blocage » en question. En ce sens, nous avons travaillé un classement par densité conceptuelle des items, c'est-à-dire, en fonction de la fréquence du mot au cours de la scolarité de l'élève. Il en ressort que les mots à plus forte densité étaient finalement les mots les plus polysémiques, employés aussi bien dans le langage courant ou dans d'autres disciplines.

Il en est issu un deuxième classement, par degré de spécialité du mot (fois vs. équiprobable). Il apparaît que les mots bloquants traités s'organisent sur un continuum allant de termes à usage ordinaire (plus, ensemble) dont la signification est relativement consistante en mathématique, par des termes polysémiques, avec plusieurs acceptions dont une mathématique (avec une spécificité relative), jusqu'aux termes réservés à une ou plusieurs spécialités, dont celle des mathématiques. Par exemple :

- ordinaire : moins ; plus ; ensemble ; fois ; base ; hauteur ; comparer ; différence ;
- intermédiaire/mixte : résoudre ; simplifier ; en fonction de ; représenter ; démontrer ; couper ; construire ;
- spécialisés : dérivable, pourcentage, équiprobable, hypothèse, pourcentage, périmètre.

Méthodologie pour « débloquer » l'usage des mots.

Nous avons réfléchi à des modalités pédagogiques permettant d'accompagner les élèves de façon ciblée pour mieux appréhender les « mots bloquants ». Fortes de notre expérience au sein du groupe au cours des dernières années, l'idée était d'augmenter la réflexivité sur le langage mathématique chez les élèves. Plusieurs champs d'action (méta)langagière ont été envisagés :

- le commentaire pragmatique, dont l'acte de langage porte sur le contenu référentiel ou sémantique d'un autre objet langagier ; il s'agit d'une reformulation (p. ex. donner une définition erronée ou incomplète, et demander de la corriger ; expliquer un dessin avec des mots, . . .) ;
- le commentaire sociolinguistique, qui porte sur les conditions d'emploi d'un objet langagier, le plus souvent en lien avec un jugement normatif. Ces actes représentent un niveau de distance supérieur en ce que les catégories sont externes à l'action elle-même (p. ex. argumenter les différents choix possibles dans un texte à trou) ;
- l'analyse, qui constitue une observation de l'usage en contexte (p. ex. travailler sur la composition du mot, réfléchir à son origine, trouver des mots du même champ lexical ou du même champ référentiel.
- la catégorisation d'une donnée, d'une situation mathématique avec la terminologie formelle ou, à contrario, la définition d'un terme dans son acception mathématique.

Conception d'activités de classe.

« Dessine-moi le mot ! » Demander aux élèves de dessiner, de donner une représentation imagée du mot traité

« Qui suis-je ? »

- je rends la vie plus facile - on me confond trop souvent avec annuler - je transforme une expression - je rends les fractions irréductibles

Exemplification Demander aux élèves de donner des exemples correspondants au mot traité pour arriver à écrire une définition avec leurs mots :

1. Donner un exemple (dessin, objet)
2. Expliquer l'exemple par plusieurs élèves (2, 3) (auto-/hétéro-explication ?)
3. Comparer les propositions (trouver les différences, les points communs, accord/pas d'accord)
4. Questionner l'évolution après avoir retravaillé la notion
5. Confronter la notion à la nomenclature (définition du dictionnaire/ du cours / admise / donnée par l'enseignant).

Bilan.

Les activités ont été testées au sein de nos classes (CP, lycée et INSPE). Les bénéfices observés sont divers. Le développement de la réflexion sur un mot donné forge la conscience de la polysémie possible et permet aux élèves de conceptualiser le lien entre le mot employé en mathématiques et dans le langage courant (ou, le cas échéant, dans d'autres disciplines). La prise de conscience du fait que l'emploi des mots d'apparence parfois « simples » comme ensemble, forme, plus, moins était loin d'aller de soi, permettait de déculpabiliser les élèves, qui, de ce fait, ont été de plus en plus nombreux à s'engager dans les activités réflexives, y compris ceux parmi eux repérés comme « découragés » par leurs difficultés en mathématiques. L'échange collectif a permis aussi aux élèves d'enrichir leurs représentations des mots (et des objets) en s'appropriant certaines formulations de leurs camarades. Au final, nous avons pu noter une meilleure compréhension des notions traitées en lien avec le mot bloquant.

2.3 Groupe « Lycée professionnel »

Rappel du contexte et des activités menées au cours des deux premières années.

Ce travail a démarré en septembre 2021, il propose un travail centré sur l'enseignement maths-physique-chimie au lycée professionnel tout en pensant l'articulation avec les enseignements professionnels. L'année 2021-2022 avait permis de clarifier les objectifs, de délimiter la thématique en travaillant sur les problèmes complexes et d'interroger le transfert des compétences travaillées aussi bien du point de vue pédagogique que didactique. Les concepts qui sont au cœur de ce travail sont : problème complexe, famille de situations, transfert et le triptyque contextualisation – décontextualisation - recontextualisation. Après la construction d'une culture commune autour de ces concepts, l'année 2022- 2023 a permis un travail d'élaboration des familles de situations et des séquences définies en phases de contextualisation, décontextualisation et recontextualisation (voir rapport 2022-2023).

Ce travail est mené par un groupe constitué des inspecteurs de maths-physique chimie, d'une maitresse de conférences en didactique des sciences et de 3 binômes « établissement de l'académie Orléans-Tours » (un établissement dans le Loiret, un établissement en Indre et Loire et un établissement dans le Cher) de professeurs de maths-physique chimie assez contrastés par les filières professionnelles proposées et donc par les publics accueillis.

Travail réalisé au cours de l'année 2023-2024.

Le travail réalisé au cours de l'année 2023 – 2024 a été de finaliser les séquences d'enseignement, de les mettre à l'épreuve, d'analyser les premières expérimentations en vue d'une amélioration continue. L'ensemble des documents produits est regroupé en annexe. Les premières expérimentations ont mis en avant les difficultés suivantes du point de vue des élèves :

– L'explicitation et la compréhension de la problématique ;
– Le nombre de documents donnés en même temps ;
– L'articulation entre les documents ;
– La compréhension de la fiche réponse.

Ces points ont été discutés et des modifications ont été apportées collectivement.

La dernière séance de travail du groupe en visio au cours de laquelle les binômes ont raconté leurs séances a mis en avant l'importance pour assurer une analyse pertinente au regard des objectifs fixés lors de la première année :

– de noter les questions des élèves et de l'enseignant (si celui est dans une démarche de questionnement) ;
– de rendre compte des alternatives possibles
– d'aller jusqu'au bout en testant les trois situations proposées.

Perspectives 2024-2025.

De façon à finaliser le travail et à en assurer la diffusion, deux binômes sur les trois souhaitent poursuivre en prenant en compte les améliorations apportées au cours de l'année 2023-2024 Pour cela trois demi-journées ou une journée de travail en présentiel et trois séances maxi de 2h en visio sont demandées pour l'année 2024-25.

Le document produit sera mis en ligne sur l'espace disciplinaire académique PLP maths-physique chimie.

2.4 Groupe « Malle à Maths »

Participants : Lila Gomes, Mathieu Vaidie, Hélène Gagneux, Ilme Gruner, Nathalie Herminier, Guy-Antoine Dufourd, Magali Hillairet, Olivier Créchet, Philippe Grillot.

Invité : Mathieu Colonval (présentation d'une planche de Gallton réalisée au lycée Benjamin Franklin).

Lieux des réunions du groupe : 4 réunions dans les locaux de Centre Sciences (Orléans-Faubourg Bourgogne) et une réunion au Lycée Marguerite de Navarre (Bourges).

Qu'est ce que la Malle à maths ? À l'initiative de l'Institut Denis Poisson, Centre Sciences a développé à destination des médiathèques et des enseignants une malle sur les mathématiques : tantôt cabinet de curiosités mathématiques, ou tantôt malle de voyage dans des univers géométriques. Cette ressource invite chacun à découvrir la diversité des domaines abordés : géométrie, chaos, probabilités, pavages, fractales, nombres figurés, surfaces minimales,...

Objectifs et productions du groupe IREM :

À partir d'un objet choisi dans la malle à maths, le groupe a pour objectif de relier l'intuition ou l'observation à la conceptualisation mathématiques. Des fiches d'activités ont été construites à destination des maîtres et des professeurs. Les thèmes étudiés durant l'année ont été : nombres figurés, triangle de Pascal, identités remarquables, puzzle et la planche de Galton. Les fiches produites se trouvent en annexe.

Annexes

Groupe Lycée Professionnel

Activité 1 : situation ensoleillement

ANNEXE 1. Situation ensoleillement

Document 1 : Article de « L'Usine Nouvelle »

Agen va s'éclairer au solaire avec les candélabres photovoltaïques de Fonroche Lighting

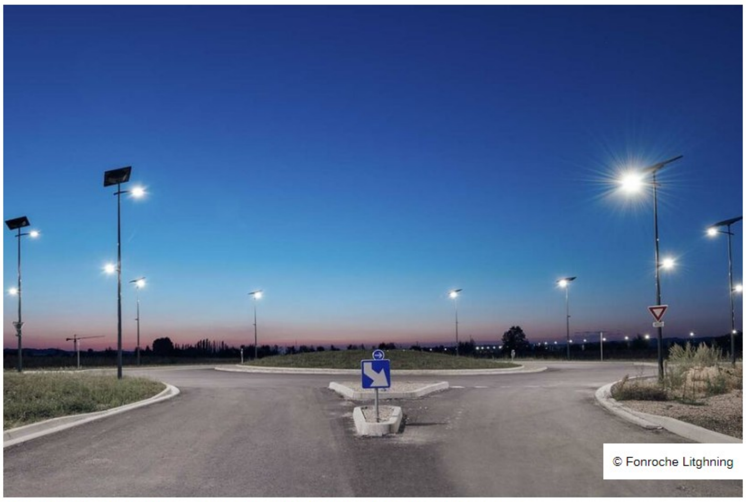
L'agglomération d'Agen (Lot-et-Garonne) va remplacer 7 000 de ses 19 000 lampadaires par 6 000 candélabres photovoltaïques, produits par Fonroche Lighting, une entreprise qui se trouve sur son territoire. L'investissement est estimé à 11 millions d'euros.

Réservé aux abonnés

Jean Berthelot de La Glétais

25 Novembre 2022 \ 09h00

1 min. de lecture



Les candélabres photovoltaïques installés dans l'agglomération d'Agen par Fonroche Lighting.

L'agglomération d'Agen (Lot-et-Garonne) va déployer, d'ici à 2026, 6 000 lampadaires photovoltaïques produits par Fonroche Lighting. L'entreprise, basée à Roquefort (Landes), ville qui fait partie de l'intercommunalité, voit ainsi ses équipements alimenter le plus grand parc d'éclairage public à énergie solaire en Europe. L'annonce a eu lieu le 23 novembre, dans le cadre du Salon des maires à Paris. «*Agen est la première agglomération à basculer aussi massivement sur le photovoltaïque*», explique Jean Dionis du Séjour, président de la communauté d'agglomération, qui regroupe plus de 100 000 habitants dans 44 communes.

[...]

Source : https://www.usinenouvelle.com/article/agen-va-s-eclairer-au-solaire-avec-les-candelabres-photovoltaiques-de-fonroche-lighting.N2070102

Document 2 : Un nouvel éclairage à Brizay

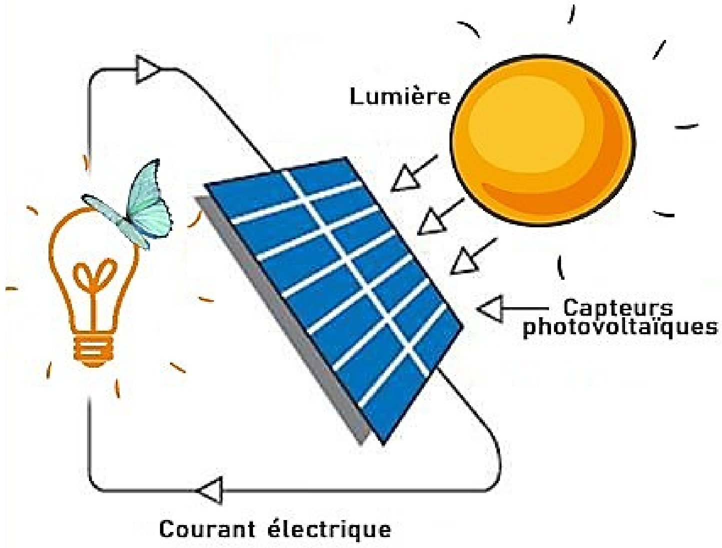
Source : https://www.dailymotion.com/video/x8e0qjk

Document 3 : Carte de France

Sur cette carte, le symbole 📍 indique la position de Brizay.
La ville d'Agen figure également sur cette carte (dans la zone Sud).

Source : http://www.cartesfrance.fr/carte-france-ville/plan_37040_Brizay.html

Document 4 : Importance de la lumière sur les capteurs



Source : https://www.leds-boutique.fr/blog/21-les-6-points-forts-de-l-eclairage-solaire

Document 5 : Données météorologiques d'Agen

Climatologie de l'année 2022 à Agen - La Garenne (47) VALIDER

Station météorologique de
Agen - La Garenne
Indicatif : 07524

Département 47	Lot-et-Garonne
Altitude	59 mètres
Coordonnées	44,18°N | 0,60°E
Début des archives	1er janvier 1973
Fuseau horaire	
Type de station	METAR/SYNOP

Proposer des photos

Bourran - La tour de Rance

Sur votre site | Graphiques | Cartes | Climatologie

« Climatologie globale | « Année 2021 | Valeurs climatologiques | Occurences de phénomènes | Jour par jour | Année 2023 »

	janv. 2022	fev. 2022	mars 2022	avr. 2022	mai 2022	juin 2022	juil. 2022	août 2022	sept. 2022	oct. 2022	nov. 2022	dec. 2022	Année complète
Tempé. maxi minimale	0,5 le 15	8,5 le 3	10,1 le 4	8,2 le 3	20,0 le 24	16,9 le 30	24,2 le 1	26,6 le 17	17,4 le 29	22,1 le 14	6,7 le 30	2,8 le 10	0,5 le 15 janv.
Tempé. mini maximale	8,3 le 10	11,9 le 17	13,0 le 15	13,1 le 28	18,1 le 19	20,5 le 15	21,0 le 19	21,8 le 13	21,7 le 13	17,3 le 14	14,2 le 1	9,9 le 23	21,8 le 13 août
DJU (chauffagiste)	434.3	254.4	222.8	173.5	51.7	17.7	13.2	6	48.9	39.2	191.4	297.8	1750.9 Moy: 146
DJU (climaticien)		0.1	2.3	12.6	92.6	148.4	202.1	228.9	112.4	80.3	5.2	0.3	885.2 Moy: 80
Ensoleillement (heures)	90.9 +17%	129.3 +17%	147.1 -15%	167.6 -8%	283.3 +33%	225.4 -3%	375.5 +47%	294.7 +22%	226.7 +11%	145.4 +5%	98.9 +18%	85.9 +24%	2271h +15% Moy: 189h

Climatologie de l'année 2021 à Agen - La Garenne (47) VALIDER

« Climatologie globale | « Année 2020 | Valeurs climatologiques | Occurences de phénomènes | Jour par jour | Année 2022 »

	janv. 2021	fev. 2021	mars 2021	avr. 2021	mai 2021	juin 2021	juil. 2021	août 2021	sept. 2021	oct. 2021	nov. 2021	dec. 2021	Année complète
Tempé. maxi minimale	0,3 le 11	10,3 le 13	10,6 le 6	12,8 le 6	15,5 le 18	18,9 le 4	17,4 le 31	21,3 le 18	18,2 le 18	16,2 le 29	3,5 le 30	3,8 le 20	0,3 le 11 janv.
Tempé. mini maximale	11,2 le 28	11,3 le 22	10,0 le 17	11,4 le 28	16,3 le 29	19,5 le 17	20,5 le 23	22,1 le 15	20,7 le 8	13,4 le 20	11,8 le 1	12,5 le 29	22,1 le 15 août
DJU (chauffagiste)	399	210.1	251.9	197.8	129.5	23.4	18	27.4	29	144.3	298.2	322.5	2051.1 Moy: 171
DJU (climaticien)		0.5	4.8	9.7	25.5	104.7	116.7	114.3	98.4	14.5			489.1 Moy: 54
Ensoleillement (heures)	79.7 +3%	107.5 -2%	213.6 +24%	230.8 +27%	214 +0%	239.2 +3%	226 -12%	254.4 +5%	175.4 -14%	181.2 +31%	57.1 -32%	76.5 +10%	2055h +4% Moy: 171h

Climatologie de l'année 2020 à Agen - La Garenne (47) VALIDER

« Climatologie globale | « Année 2019 | Valeurs climatologiques | Occurences de phénomènes | Jour par jour | Année 2021 »

	janv. 2020	fev. 2020	mars 2020	avr. 2020	mai 2020	juin 2020	juil. 2020	août 2020	sept. 2020	oct. 2020	nov. 2020	dec. 2020	Année complète
Tempé. maxi minimale	3,5 le 13	10,6 le 26	8,0 le 3	16,0 le 21	13,4 le 12	19,2 le 11	22,0 le 16	20,7 le 28	14,4 le 26	13,6 le 26	9,5 le 21	5,8 le 25	**3,5** le 13 janv.
Tempé. mini maximale	10,5 le 31	11,4 le 10	10,5 le 16	14,5 le 26	15,8 le 5	19,6 le 25	21,8 le 31	22,4 le 11	18,7 le 18	17,3 le 21	14,5 le 7	9,7 le 22	**22,4** le 11 août
DJU (chauffagiste)	325.7	245.2	241.1	113.2	64.5	44.3	17.6	14	53.7	140.5	206.5	332.2	**1798.5 Moy: 150**
DJU (climaticien)		1	2.1	21.6	66.3	75.3	160	181.4	101.6	7.7	3.4		**620.4 Moy: 62**
Ensoleillement (heures)	84.1 +8%	123.6 +12%	167.9 -3%	190.3 +4%	289.8 +36%	234.4 +1%	302.3 +18%	261 +8%	217.9 +6%	113.2 -18%	158.4 +89%	54.2 -22%	**2197h** +11% **Moy: 183h**

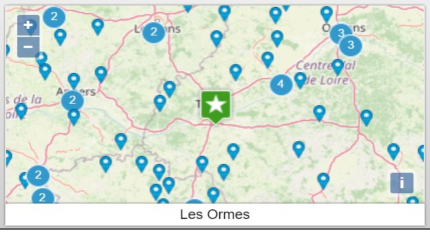
Source : https://www.infoclimat.fr/climatologie/annee/2022/agen-la-garenne/valeurs/07524.html

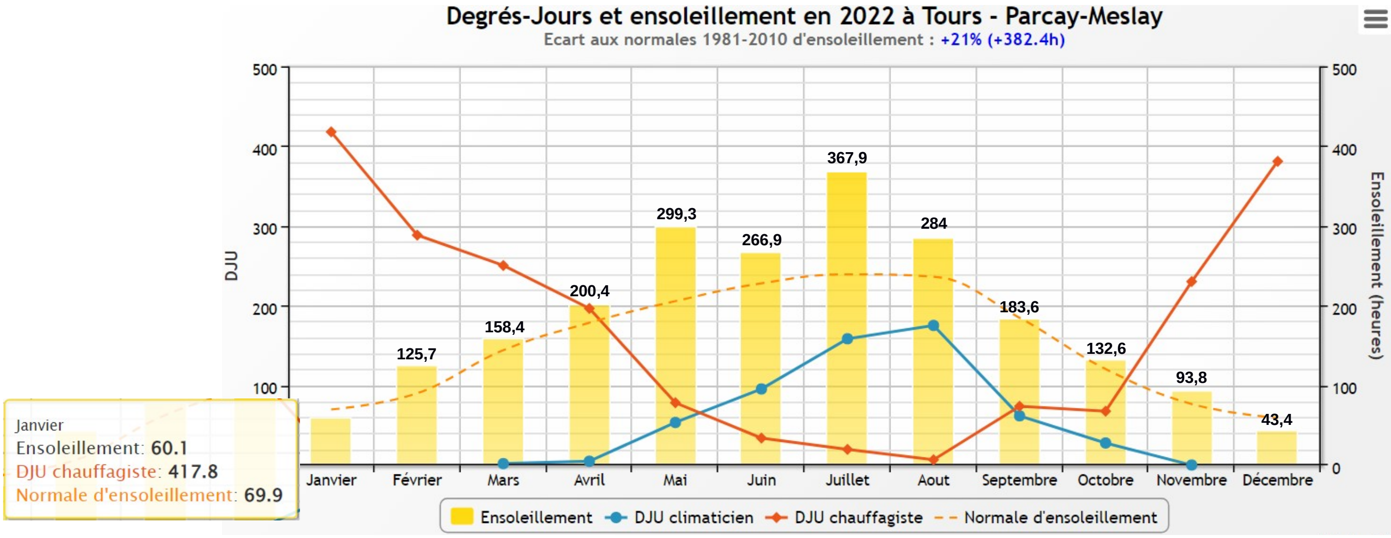
Document 6 : Données météorologiques de Tours
(près de Brizay)

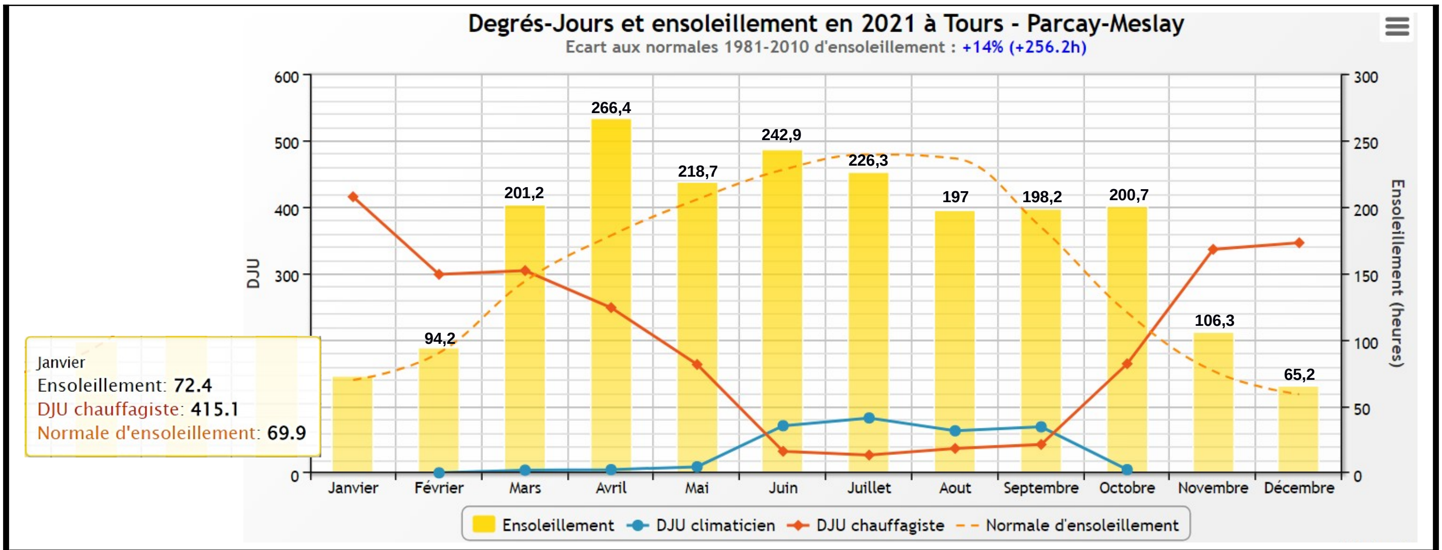
Climatologie de l'année 2022 à Tours - Parcay-Meslay (37) VALIDER

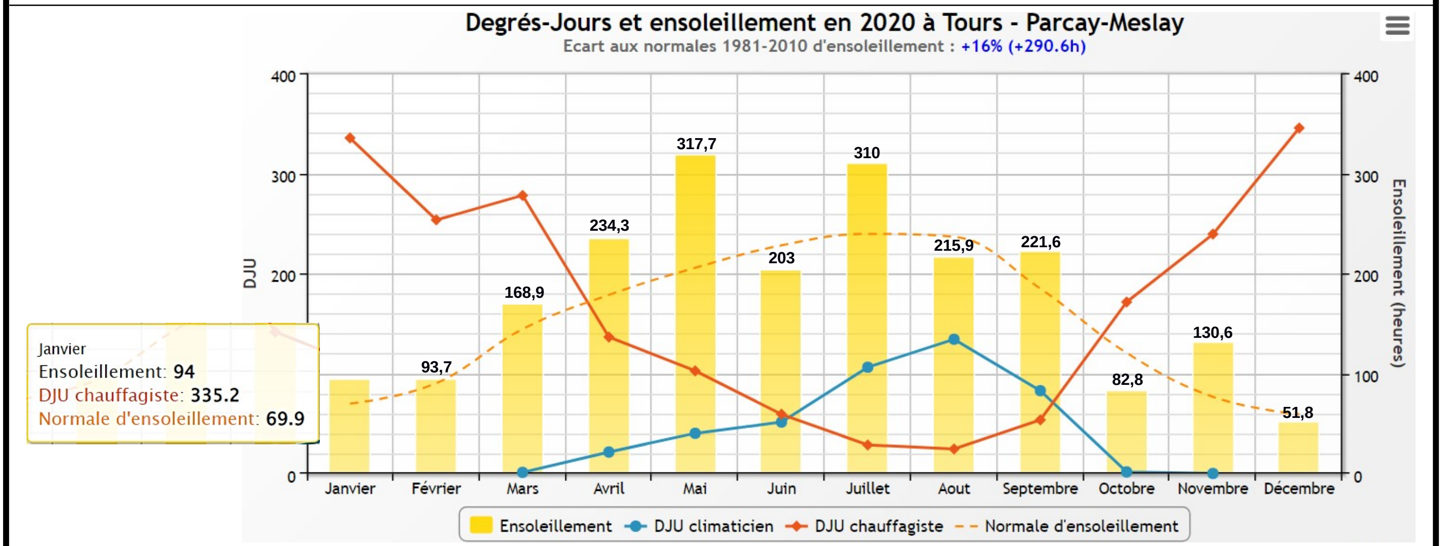
Station météorologique de
Tours - Parcay-Meslay
Indicatif : 07240

Département 37	Indre-et-Loire
Altitude	108 mètres
Coordonnées	47,44°N | 0,73°E
Début des archives	1er janvier 1931
Fuseau horaire	
Type de station	METAR/SYNOP









Source : https://www.infoclimat.fr/climatologie/annee/2022/tours-parcay-meslay/valeurs/07240.html

Document 7 : Moyenne et Écart – type

La moyenne est l'indicateur le plus simple pour résumer l'information fournie par un ensemble de données statistiques : elle est égale à la somme de ces données divisée par leur nombre. Elle peut donc être calculée en ne connaissant que ces deux éléments, sans connaître toute la distribution.
La moyenne d'une distribution n'est pas toujours le meilleur indicateur : la médiane est souvent plus pertinente. Mais son calcul exige de connaître toute la distribution, ou en tout cas sa partie centrale.

Source : https://www.insee.fr/fr/metadonnees/definition/c1970

Une autre mesure fréquemment utilisée pour comparer les données d'une même distribution entre elles est l'écart type.

définition

L'**écart type**, habituellement noté s lorsqu'on étudie un échantillon et σ lorsqu'on étudie une population, est défini comme étant une mesure de dispersion des données autour de la moyenne.

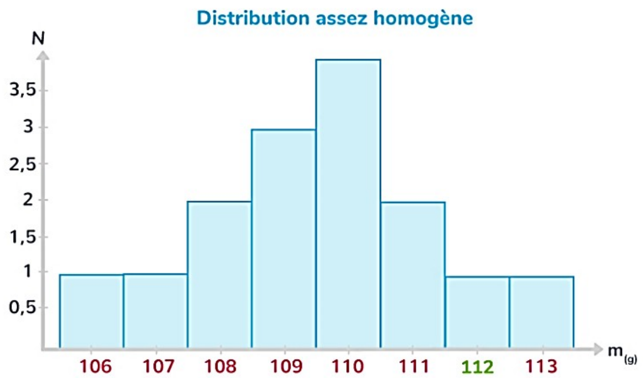
En d'autres mots, plus l'écart type est grand, plus les données sont éloignées de chaque côté de la moyenne et vice versa pour un écart type qui est petit. Tout comme la variance, l'écart type peut se calculer peu importe si la distribution étudiée est une population ou un échantillon.

Source : https://www.alloprof.qc.ca/fr/eleves/bv/mathematiques/l-ecart-type-m1508

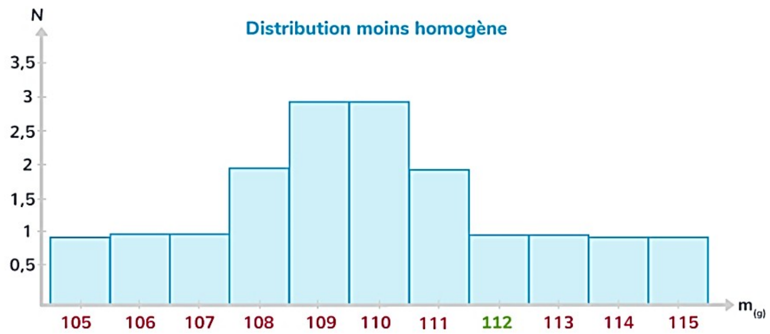
L'écart-type est utile quand on compare la dispersion de deux ensembles de données de taille semblable qui ont approximativement la même moyenne.

Source : https://www150.statcan.gc.ca/n1/edu/power-pouvoir/ch12/5214891-fra.htm

---



Écart-type : σ = 1,85 g



Écart-type : σ = 2,70 g

Source : https://www.kartable.fr/ressources/physique-chimie/cours/mesures-et-incertitudes/49679

Document 8 : Médiane et quartiles

pour comparer deux séries statistiques

Cas 1 : utilisation du couple (moyenne, écart type).

Cas 2 : utilisation du couple (médiane, écart interquartile)

Source : https://mathplace.fr/topic/methode-8-comparer-deux-series-statistiques/

Objectif

En statistique, on manipule parfois de très grandes quantités d'informations. Pour en simplifier l'analyse et en donner une répartition assez fidèle, on effectuera quelques calculs : étendue, médiane et quartiles.

Comment calculer l'étendue, la médiane et les quartiles d'une série statistique ?

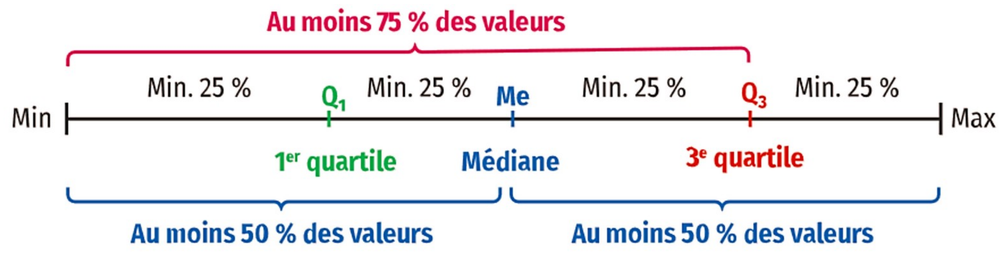
Source : https://www.maxicours.com/se/cours/statistiques-etendue-mediane-quartiles/

Que sont les quartiles ?

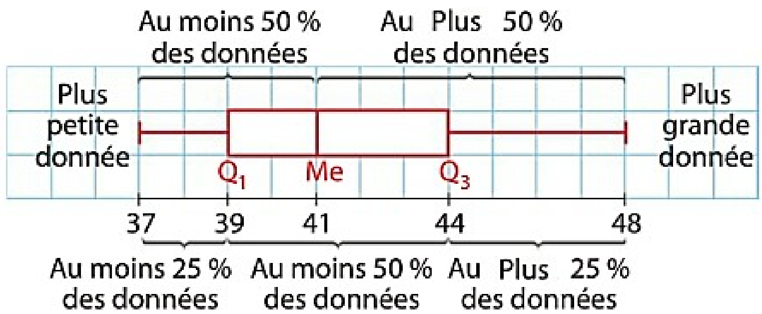
Les quartiles sont des valeurs qui divisent un échantillon de données en quatre parts égales. Ils permettent d'évaluer rapidement la dispersion des données et la tendance centrale, qui sont les premières étapes importantes pour comprendre les données.

Quartile	Description
1er quartile (Q1)	25 % des données sont inférieures ou égales à cette valeur.
2e quartile (Q2)	Médiane. 50 % des données sont inférieures ou égales à cette valeur.
3e quartile (Q3)	75 % des données sont inférieures ou égales à cette valeur.

Source : https://support.minitab.com/fr-fr/minitab/20/help-and-how-to/graphs/boxplot/interpret-the-results/quartiles/#:~:text=Les%20quartiles%20sont%20des%20valeurs,importantes%20pour%20comprendre%20les%20donn%C3%A9es

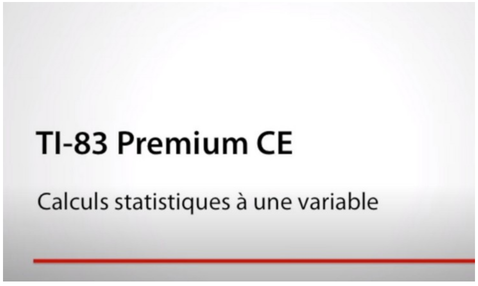


Source : http://sco.ljbrel93.ac-creteil.fr/apelle/2nde6/polys/stats.pdf



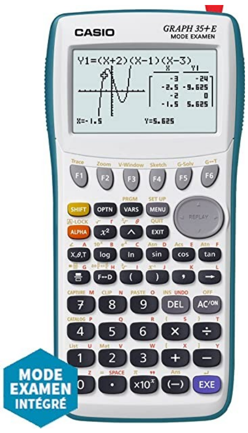
Source : https://lecluseo.scenari-community.org/1S/StatsDescriptives/co/grain_boite_moustache.html

Document 9 : Réaliser des calculs statistiques



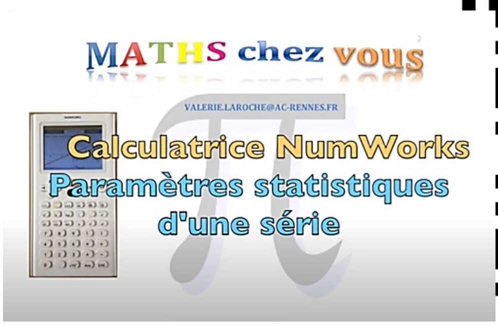
Source : https://www.youtube.com/watch?v=OZM7Htgq0sw

Document 9 : Réaliser des calculs statistiques



Source : https://www.youtube.com/watch?v=CQD99-_1

Document 9 : Réaliser des calculs statistiques



Source : https://www.youtube.com/watch?v=AZtJHcxHxNg

Les mairies de Brizay et d'Agen ont choisi d'installer des candélabres (réverbères) solaires pour l'éclairage public.
Cela a suscité l'étonnement pour Brizay compte tenu de sa position géographique par rapport à Agen.

Problématique :

Ce choix de la mairie de Brizay est – il aussi judicieux que pour la ville d'Agen ?
Justifier la réponse.

Questionnement élève

1. Décrire brièvement le contenu de chaque document.

	Description brève
Doc. 1	Article de presse sur Agen qui va s'équiper de candélabres photovoltaïques pour s'éclairer.
Doc. 2	Vidéo de journal d'information présentant l'installation de candélabres photovoltaïques à Brizay et les bienfaits qui en ont découlé.
Doc. 3	Carte de France situant les villes de Brizay et d'Agen.
Doc. 4	Schéma indiquant que c'est l'ensoleillement d'un panneau photovoltaïque qui permet à celui-ci d'être efficace dans la production d'électricité.
Doc. 5	Données météorologiques (l'ensoleillement notamment) de la ville d'Agen pour les années 2020, 2021 et 2022.
Doc. 6	Données météorologiques (l'ensoleillement notamment) de la ville de Tours, proche de Brizay, pour les années 2020, 2021 et 2022.
Doc. 7	Présentation de l'intérêt de la moyenne et de l'écart-type dans l'analyse d'une série statistique.
Doc. 8	Présentation de la médiane et des quartiles, notamment sous forme de schéma.
Doc. 9	Vidéo expliquant comment déterminer les différents indicateurs statistiques grâce à une calculatrice.

2. Lister les informations que vous pouvez relever dans chaque document.

	Informations relevées
Doc. 1	Remplacement de 7 000 anciens lampadaires par 6 000 candélabres photovoltaïques d'ici à 2026. La communauté d'agglomération regroupe plus de 100 000 habitants dans 44 communes.
Doc. 2	Installation de réverbères solaires pour éclairer les espaces publics à Brizay. On est à 3 mois après le début de l'installation des candélabres. 40 éclairages avec des panneaux solaires : allumage jusqu'à 23h et à partir de 6h puis s'éteignent automatiquement avec la clarté du jour : économique. Coût 120 000 € mais 70 000 € payés (40% de moins) car suppression des frais d'installation car montage réalisé par les habitants. Subvention aux 2/3 pour ce projet. Investissement rentabilisé au bout de 10 ans environ.
Doc. 3	Brizay est proche de Tours, dans le Centre de la France. Agen est situé bien plus au Sud de Brizay.
Doc. 4	C'est grâce à la lumière que les capteurs photovoltaïques parviennent à produire de l'électricité.
Doc. 5	A Agen, pour chaque mois des 3 années, on dispose de tableaux avec les températures maxi et mini atteintes, des données pour les chauffagistes et les climaticiens et les durées d'ensoleillement en heures.
Doc. 6	A Tours, pour chaque mois des 3 années, on dispose de graphiques indiquant le DJU climaticien, le DJU chauffagiste, les valeurs normales d'ensoleillement et les durées d'ensoleillement en heures.
Doc. 7	Le mode de calcul de la moyenne. La médiane est souvent plus pertinente que la moyenne.

	La notation de l’écart-type, sa signification selon sa valeur et son utilité pour comparer deux ensembles de données. Graphiques d’homogénéité d’une distribution selon la valeur de l’écart-type.
Doc. 8	Deux cas de comparaison de deux séries statistiques. Les calculs de l’étendue, la médiane et les quartiles permet de simplifier l’analyse quand on a une grande quantité d’informations. Définitions des quartiles avec schématisation à l’appui. Représentation graphique regroupant min, max, médiane et quartiles.
Doc. 9	La méthode de détermination de tous les indicateurs statistiques précédemment cités à l’aide de la calculatrice.

Activité 2 : Lego

Document 1 : Article du « Parisien »

Charleville-Mézières : Une rampe en Légo pour d'accès des personnes handicapées © Radio France

Par Marie Blanchardon

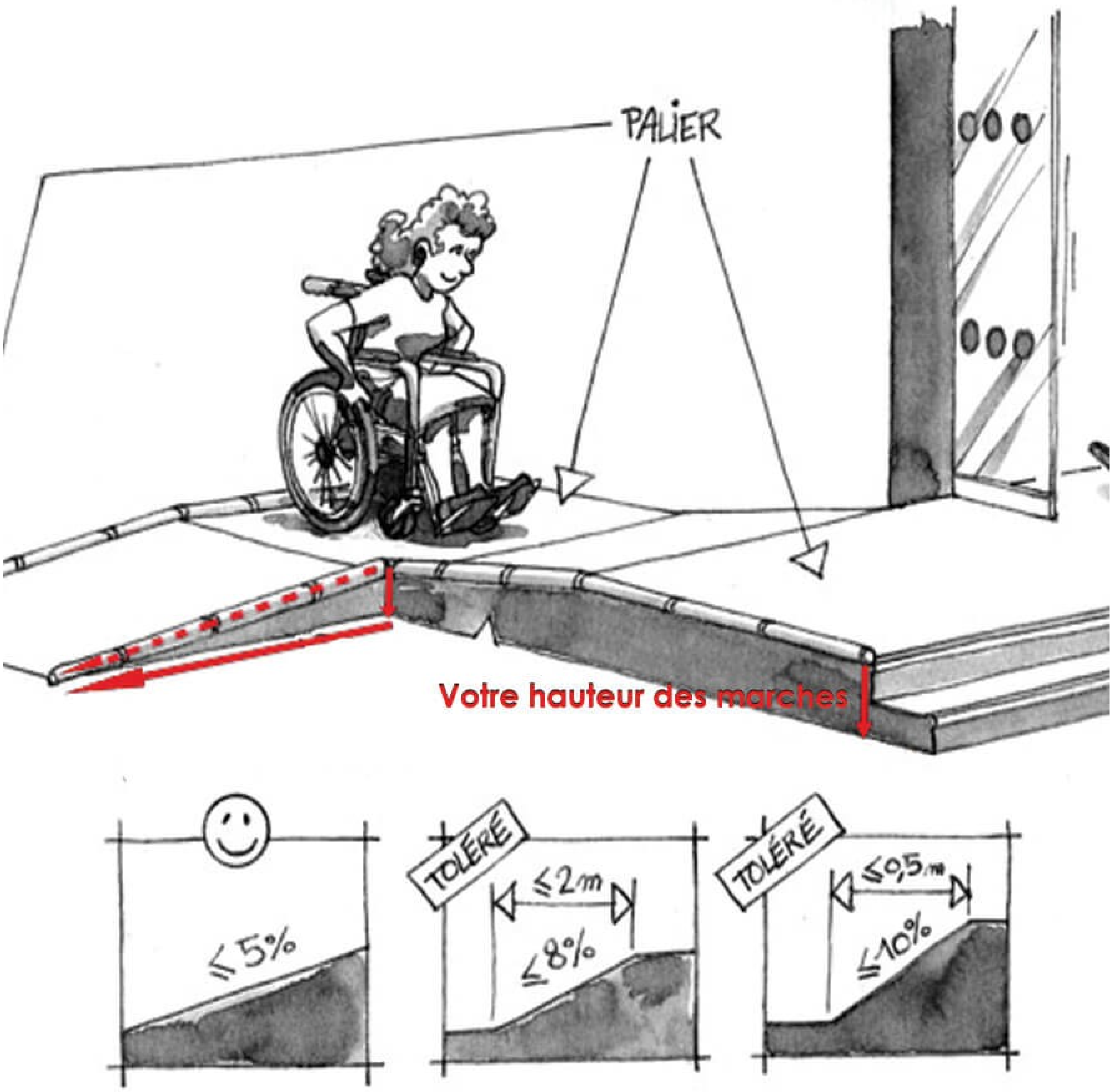
Le 26 avril 2021 à 18h03

Devanture bleu ciel, avec une double porte aux carreaux vitrés, la Bourbonade, bar situé dans une rue piétonne de Charleville-Mézières, a exceptionnellement ouvert ses portes, ce lundi, pour une installation inédite. Une rampe en Lego, baptisée RampEgo, a été mise en place par la délégation APF France Handicap des Ardennes. L'association avait présenté son prototype de rampe construite à base de briques colorées en octobre 2020 et une trentaine de points de collecte avaient été ouverts au même moment.

Sept mois plus tard, la première voit le jour grâce aux dons de Lego. « On a utilisé 15 000 briques, car elle fait 12 cm de haut et 80 cm de large. Ça a nécessité près de cinquante heures de travail par nos bénévoles, détaille Emmanuelle Pascal, chargée de développement. Le but, c'est de sensibiliser au handicap, mais aussi de soutenir un engagement sur l'accessibilité. »

Source : https://www.leparisien.fr/societe/handicap-15000-briques-50-heures-de-travail-une-rampe-dacces-en-lego-installee-a-charleville-mezieres-26-04-2021-T35N53JZ6BGENDDGKXFEIZP3EE.php

Document 2 : Réglementation pour rampe d’accès

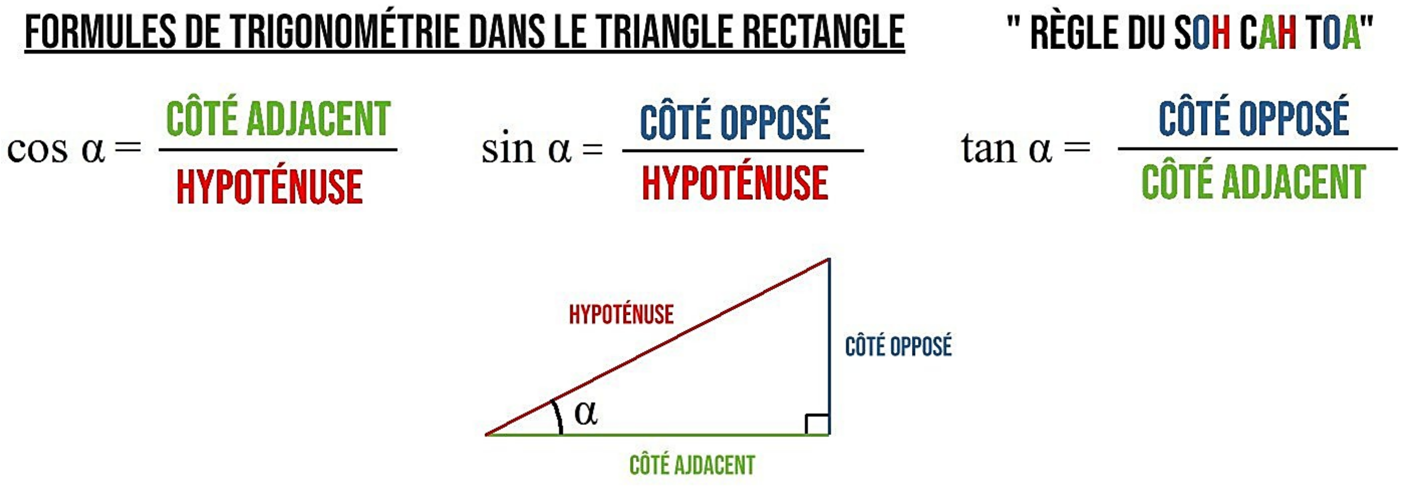


Source : https://www.handinorme.com/accessibilite-handicap/25-toutes-les-fiches-pratiques-accessibilite-handicap

Document 3 : Présentation vidéo du projet « Rampego »

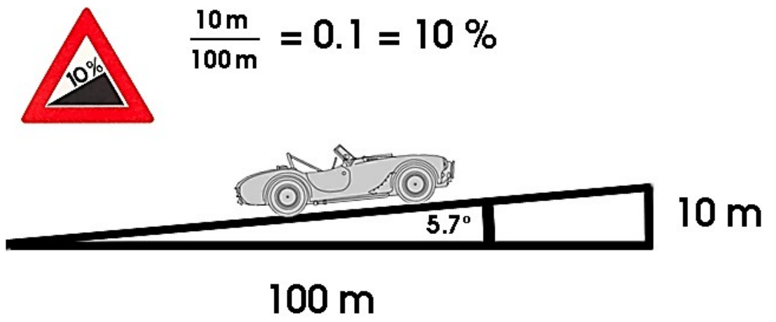
Source : https://www.youtube.com/watch?v=Y5k7N6mbpy0&list=PLTvB53U0QvhGh1pTri7oBEQd4uGFkgxwu

Document 4 : Relations trigonométriques dans un triangle rectangle



Source : https://letableaunoir.net/Formulaire/Formulaire.html

Document 5 : Calcul du pourcentage de pente



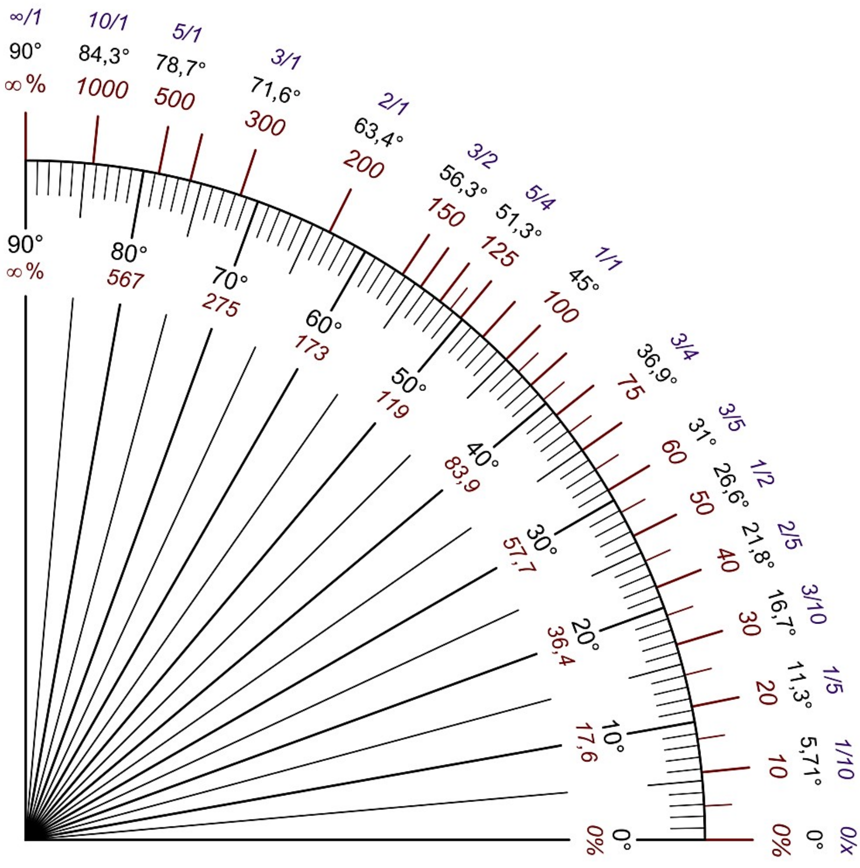
Source : https://www.wikiwand.com/fr/Pente_%28topographie%29

Problématique :

La pente de cette rampe en Lego respecte – t – elle la réglementation ? Justifier la réponse.

Élément de vérification :

Document 6 :	Diagramme de pentes sur quart de cercle avec les principales valeurs en pourcentage, degrés et ratio



Source : https://fr.wikipedia.org/wiki/Pente_%28topographie%29

Questionnement élève

3. Décrire brièvement le contenu de chaque document.

	Description brève
Doc. 1	Article présentant la réalisation d'une rampe en Lego pour permettre aux personnes handicapées d'accéder à un bar existant.
Doc. 2	Présentation sous forme de schémas de la réglementation pour réaliser des rampes d'accès pour handicapés.
Doc. 3	Présentation vidéo de la réalisation du projet « Rampego » pour créer une rampe d'accès aux handicapés en Lego.
Doc. 4	Relations trigonométriques liant les angles et les mesures des côtés d'un triangle rectangle.
Doc. 5	Schéma et mode de calcul d'une pente en pourcentage.

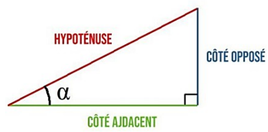
4. Lister les informations que vous pouvez relever dans chaque document.

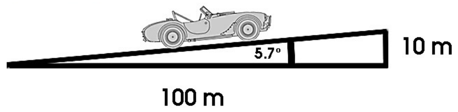
	Informations relevées
Doc. 1	15 000 briques de Lego / 50 h de travail / en octobre 2020 / 12 cm de haut / 80 cm de large / sensibilisation au handicap
Doc. 2	Rampe doit avoir une pente de : - 5 % quelle que soit sa longueur au sol ; - Moins de 8 % pour une longueur au sol inférieure à 2 m ; - Moins de 10 % pour une longueur au sol de moins de 0,5 m.

Doc. 3	Projet RampEgo pour sensibiliser les commerçants à l'accessibilité universelle : solution temporaire au manquement à la législation sur l'accessibilité. Livraison rampe le 26 avril 2021. Approvisionnement en lego basé sur des dons : 30 lieux de collecte pour l'instant. Pente en Lego de 11°et une hauteur donnée impliquent toutes les caractéristiques de la rampe. Coller et mettre en quinconce les Lego pour augmenter la résistance et plusieurs esthétiques possibles. Envergure nationale du projet à présent.
Doc. 4	3 relations avec cos, sin et tan dans un triangle rectangle.
Doc. 5	Calcul du pourcentage de pente à partir de la hauteur et de la longueur au sol.

5. Compléter ces tableaux dans le but de répondre à la problématique.

PHASE 1 : **Pour résoudre la problématique**	**Informations nécessaires inconnues**	**D'après quel document ?**
	Pente en %	2

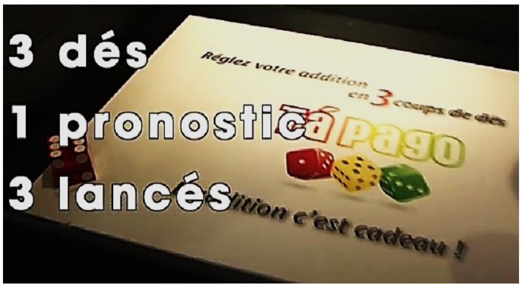
	Informations utiles inconnues	**D'après quel document ?**	**Données utiles connues**	**Trouvées dans quel document ?**	**Zone de schématisations**	**Zone de calculs ou de notation des résultats**
PHASE 2 : Étapes intermédiaires	Longueur de la pente au sol	5	Hauteur marche : 12 cm	1		tan 11° = $\frac{12}{L}$ donc L = $\frac{12}{\tan 11°}$ L ≈ 61,73464… cm
			Angle : 11°	3		
			Relation trigo	4		

	Informations nécessaires inconnues	Documents aidant à leur détermination	Zone de schématisations	Zone de calculs ou de notation des résultats
PHASE 3 : Obtention des informations nécessaires de la phase 1	Pente en %	5		Pente = $\frac{12}{61,74}$ Pente ≈ 0,19436… Pente ≈ 19,4 %

PHASE 4 : **Réponse à la problématique**	D’après le document 2, la pente d’une rampe d’accès ne peut pas excéder 10 %. **OU** D’après le document 2, pour une longueur au sol d’environ 62 cm, la pente doit être inférieure à 8 %. Or, la rampe fabriquée en Lego possède une pente d’environ 19 %, ce qui dépasse largement la pen maximum de 8 % ou 10 %. Donc cette rampe en Lego ne respecte pas la règlementation.

Activité 3 : TA PAGO

Document 1 :	Présentation vidéo du jeu TA PAGO



Source : https://www.youtube.com/watch?v=9-QTdYirpKQ

Document 2 :	Les issues (résultats possibles) du lancer de deux dés

	1	2	3	4	5	6
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)	(1;6)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)	(2;5)	(2;6)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)	(3;6)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)	(4;6)
5	(5;1)	(5;2)	(5;3)	(5;4)	(5;5)	(5;6)
6	(6;1)	(6;2)	(6;3)	(6;4)	(6;5)	(6;6)

Source : http://www.jybaudot.fr/Probas/univers.html

Document 3 :	Extrait d'article de « L'Étudiant »

Calcul de probabilité : ce que vous devez savoir pour devenir un crack

Par La cellule contenu de l'Etudiant, publié le 24 octobre 2023 | 6 min

Le calcul de probabilité, késako ? Un puissant sésame pour prédire l'avenir et évaluer vos chances de réussite ou d'échec dans n'importe quelle situation. Envie d'en savoir davantage ? Suivez le guide !

Décortiquer le calcul de probabilité : de l'abstrait au concret

Le calcul de probabilité permet de quantifier et gérer l'incertitude liée à la survenue d'un événement. Pensez à une échelle de 0 à 1 : 0 signifie que l'événement ne peut absolument pas se produire, tandis que 1 signifie qu'il est certain de se produire. Entre ces deux extrêmes, il y a de nombreuses nuances. Si la probabilité d'un événement est élevée, celui-ci a de fortes chances de se produire, et l'incertitude diminue.

Une probabilité peut s'exprimer en fraction (1 chance sur 10) ou en pourcentage (10% de chance).

Formule : le calcul de probabilités simplifié

Pour effectuer un calcul de probabilité, vous pouvez utiliser une formule simple :

Probabilité = (Nombre de résultats favorables) / (Nombre total de résultats possibles)

Par exemple, lorsque vous lancez une pièce de monnaie, il y a un résultat favorable, c'est-à-dire « pile », parmi deux résultats possibles, à savoir « pile » ou « face », ce qui donne 1/2, soit 50 %.

Source : https://www.letudiant.fr/college/methodologie-college/article/calcul-de-probabilites.html

Questionnement élève

6. Décrire brièvement le contenu de chaque document.

	Description brève
Doc. 1	Vidéo qui présente le jeu organisé par un restaurant au moment de l'addition.
Doc. 2	Liste des issues possibles avec deux dés.
Doc. 3	Article qui parle des calculs de probabilités.

7. Lister les informations que vous pouvez relever dans chaque document.

	Informations relevées
Doc. 1	3 dés , 1 pronostique et conditions d'addition offerte.
Doc. 2	Combinaisons possibles avec 2 dés.
Doc. 3	Méthode de calcul d'une probabilité.

Difficultés envisagées :

- Du premier coup = sur un lancer
- Liste des issues pour 3 dés ;
- Identification des issues équivalentes

8. Compléter ces tableaux dans le but de répondre à la problématique.

Information(s) manquante(s) pour résoudre le problème (cf problématique)	**D'après quel document ?**
Le pronostique du client et les probabilités selon celui – ci	

	Données utiles connues	**Trouvées dans quel document ?**	**Données utiles à calculer**	**D'après quel document ?**	**Schéma annoté avec les données**	**Calculs à réaliser et / ou résultats**
Ce qu'il me faut pour trouver la (ou les) information(s) manquante(s) pour résoudre le problème	**Résultats possibles avec 2 dés**	**2**	**Nombre total de résultats possibles avec 3 dés**	**1 et 3**		**36 × 6 = 216**
			Nombre de résultats favorables selon le pronostique du client	**1 et 3**	**(2 ; 4 ; 3) = (4 ; 3 ; 2) = …**	**Les pronostiques envisagés :** **Si 3 chiffres identiques : 1 seul résultat possible**

							Si 2 chiffres identiques : 3 résultats possibles Si 3 chiffres différents : 6 résultats possibles

Information(s) manquante(s) pour résoudre le problème	Documents aidant à leur détermination	Schéma annoté avec les données	Calculs à réaliser et / ou résultats

Détermination de la (ou les) information(s) manquante(s) pour résoudre le problème	**Calculs des probabilités**	**3**		**Si 3 chiffres identiques :** **p =** $\frac{1}{216}$ **Si 2 chiffres identiques :** **p =** $\frac{3}{216}=\frac{1}{72}$ **Si 3 chiffres différents :** **p =** $\frac{6}{216}=\frac{1}{36}$

Réponse à la problématique	**Faire un pronostiques avec 3 chiffres différents permet d'obtenir plus de chances de gagner du premier coup.**

Problématique :

Quel pronostique permet d'obtenir la plus grande probabilité de se faire offrir l'addition du premier coup au restaurant TA PAGO ?

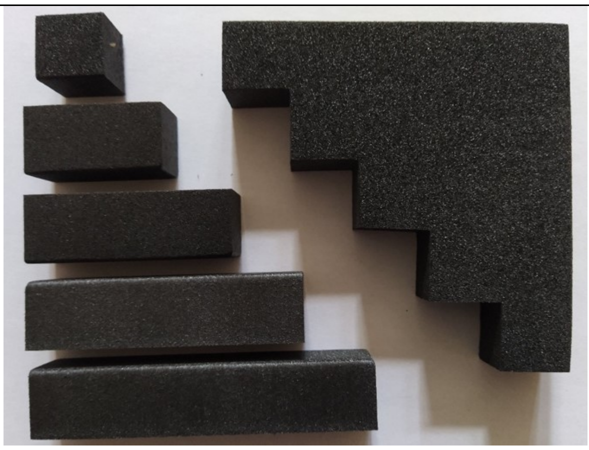
Groupe Malle à maths

Nombres figurés

Matériel utilisé :

- Pièces en mousse avec somme des entiers consécutifs


- Pièces en mousse avec somme des entiers impairs




- Petits cubes emboîtables

Niveau :
Première spécialité ou Terminale technologique

Place dans la progression :
Avant d'étudier les sommes de termes consécutifs des suites numériques

Objectifs :
Introduire les sommes de termes consécutifs des suites arithmétiques.
Eventuellement préparer une première approche de démonstration par récurrence avec la somme des premiers entiers impairs.

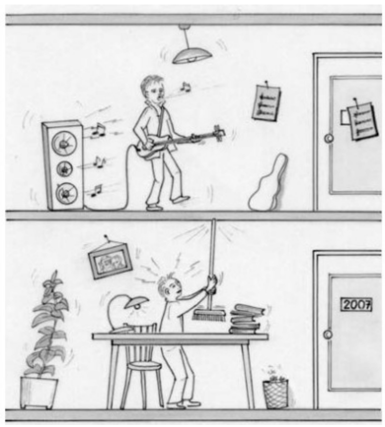
Enoncé :

Dans un immeuble triangulaire, les appartements sont numérotés à partir du sommet, comme ci-dessous :

			1			
		2	3	4		
	5	6	7	8	9	
10	11	12	13	…		

Le propriétaire de l'appartement numéro 2007 se plaint de son voisin du dessus, qui fait du tintamarre.

Quel est le numéro de l'appartement de ce bruyant voisin ?



Source : Mathématiques sans frontières février 2007, académie de Strasbourg,
https://maths-msf.site.ac-strasbourg.fr/FichPDF/MSF_07_Epr_fin_imp.pdf

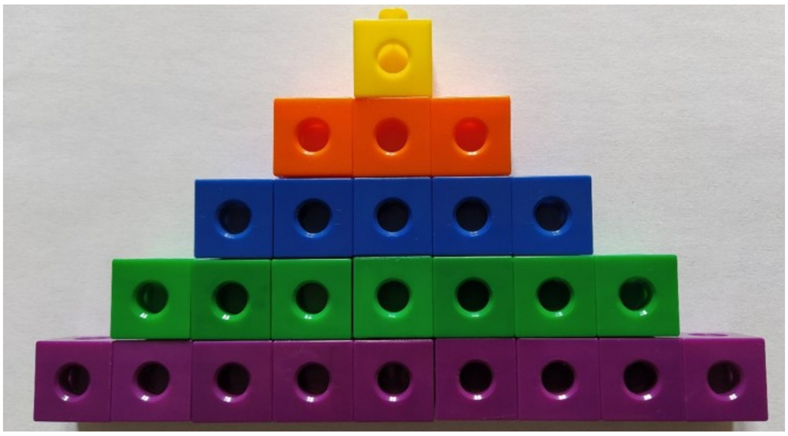
Dispositif :
Durée : 2 heures

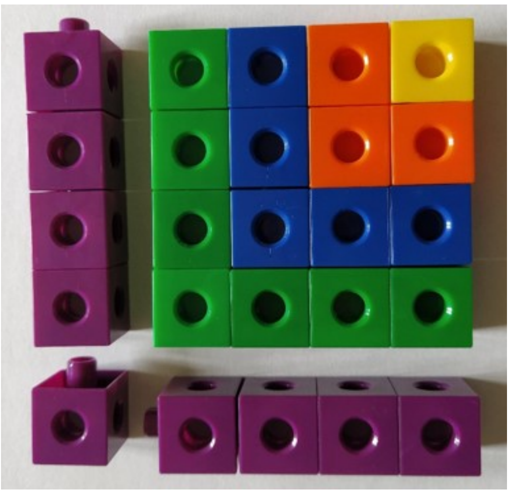
En groupes de 3-4 élèves. Une production écrite est demandée à chaque groupe sous forme d'affiche ou de feuille qui sera projetée au tableau. Chaque groupe passe au tableau pour expliquer oralement sa démarche.
Pendant la phase de recherche les élèves ne disposent pas du matériel de la Malle à Maths.

Observations réalisées :
Cette activité a été testée à plusieurs reprises en Première générale spécialité mathématiques et en terminale STMG.
A chaque fois après une première phase qui consiste à prolonger manuellement la numérotation de la pyramide de l'énoncé, deux stratégies apparaissent :
-une première stratégie, souvent majoritaire, qui consiste à remarquer qu'à chaque fois que l'on descend d'un étage le nombre d'appartements augmente de 2. Les élèves utilisent leur calculatrice pour déterminer à partir de quel entier impair la somme 1+3+5+7+… dépasse 2007 puis trouvent la réponse à l'exercice.
-une deuxième stratégie, plus rarement observée, en général par 1 ou 2 groupes dans la classe, consiste à remarquer que si on numérote les étages en commençant par le haut alors le numéro de l'appartement le plus à droite d'un étage correspond au carré du numéro de l'étage. Les élèves déterminent alors le numéro de l'étage de l'appartement 2007 en trouvant le plus petit entier naturel dont le carré est supérieur à 2007 puis répondent à l'exercice.

Lors de la phase de restitution orale des démarches, le professeur doit faire bien attention à l'ordre de passage des différents groupes en faisant passer d'abord ceux ayant utiliser la méthode avec la somme des nombres impairs puis ceux ayant utiliser la méthode avec les carrés, en commençant à chaque fois par les groupes ayant utilisé le moins de formalisme mathématique vers ceux qui en ont utilisé le plus afin de garder un intérêt tout au long de la mise en commun.

Après cette phase de mise en commun un consensus se crée autour de la méthode utilisant les carrés. Le professeur fait alors remarquer que la formule indiquant que la somme des n premiers nombres impairs est égal à n^2 a seulement été vérifiée expérimentalement pour des petites valeurs de n ,mais est-on sûr que cette propriété est vraie pour tout entier naturel n ? Le professeur utilise le matériel de la Malle à Maths avec les pièces en mousse ou les petits cubes emboîtables afin de montrer que la somme peut être réorganisée :

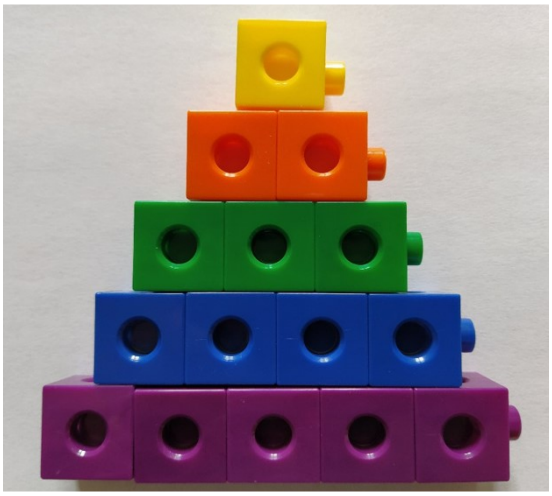




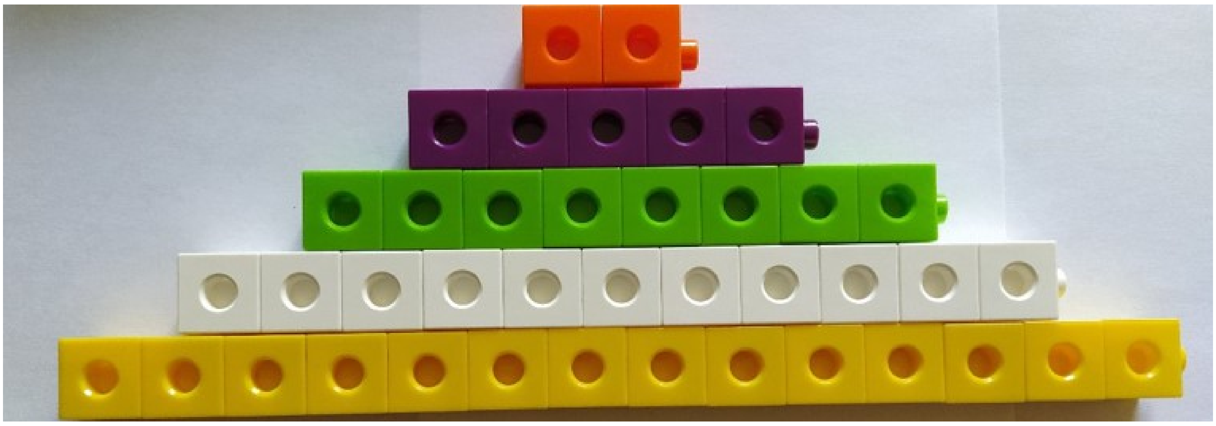
La dernière disposition illustre la démarche qui serait utilisée dans une démonstration par récurrence avec $n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2$.

Poursuite de l'activité : (à tester l'année prochaine)
Consigne : On considère de nouveaux immeubles de formes triangulaires comportant chacun n étages, voir photos ci-dessous.
Trouver une formule permettant de déterminer le nombre d'appartements dans chaque immeuble.
Illustrer cette formule en utilisant les cubes emboîtables, sans casser les barres de couleurs.

Première situation

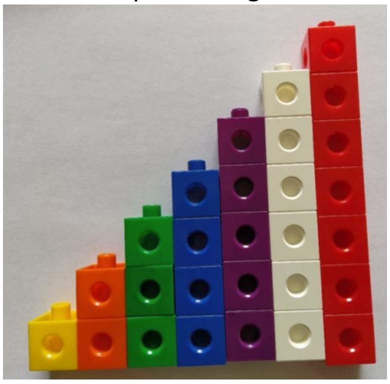


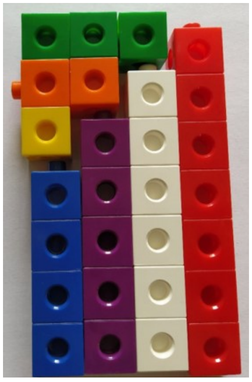
Deuxième situation



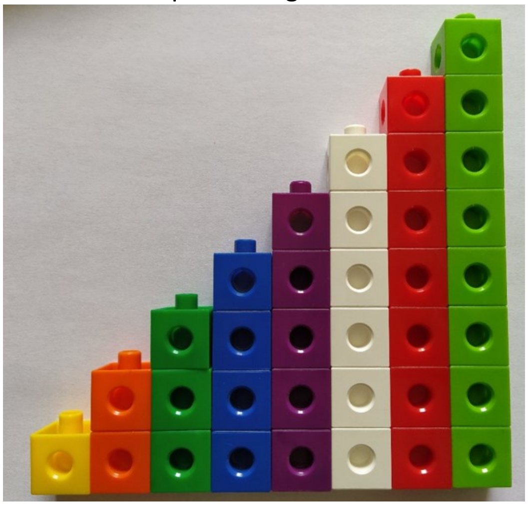
Cette activité est à tester mais il est possible que les élèves essayent de disposer les cubes sous forme de carré ce qu'ils n'arriveront pas à faire, puis sous forme de rectangle, on pourrait alors obtenir les configurations suivantes :

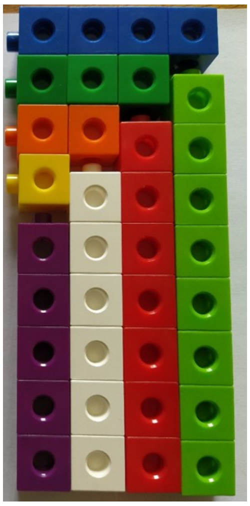
Première situation
pour un nombre impair d'étages :





pour un nombre pair d'étages :

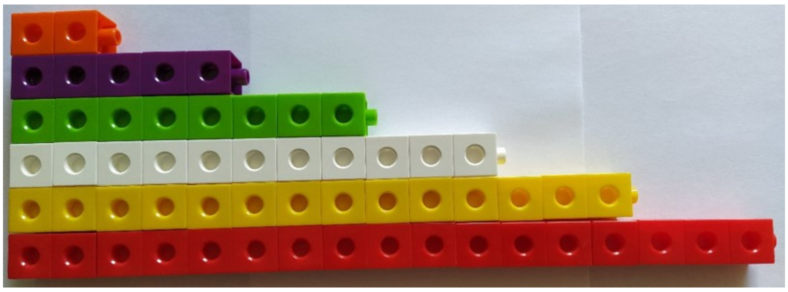


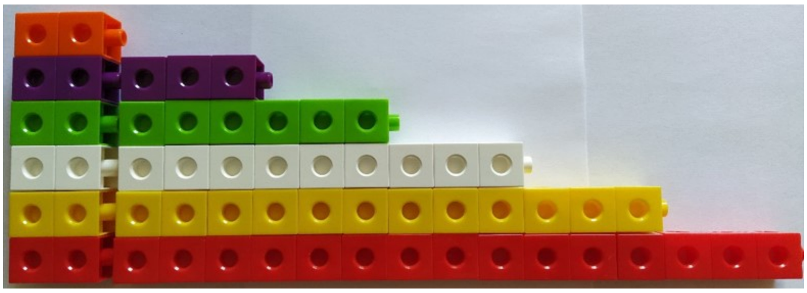


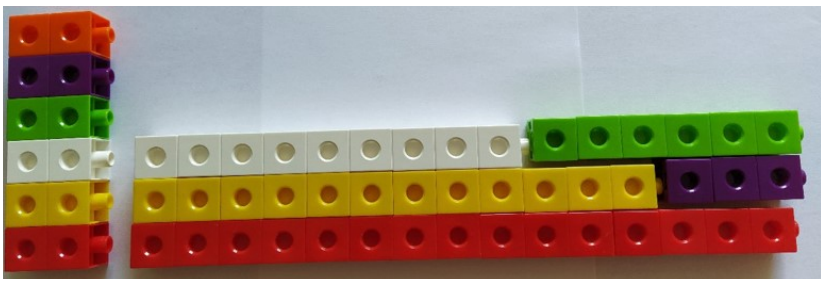
Dans les deux cas on obtient la formule $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ mais avec des démarches différentes : $n \times \frac{n+1}{2}$ pour *n* impair, $(n + 1) \times \frac{n}{2}$ pour *n* pair.

Deuxième situation

Pour un nombre pair d'étages il n'est pas possible de former un rectangle en redisposant les cubes, on pourrait voir apparaître l'idée suivante qui consiste à isoler le premier terme de la suite et à raisonner uniquement sur la raison et réutiliser la méthode de la première situation sur la somme des entiers consécutifs :







Avec l'apparition de la formule :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_n = n \times u_1 + 3 \times (1 + 2 + \cdots + (n-1)) = n \times u_1 + 3 \times \frac{(n-1)n}{2}$$

Il pourrait être intéressant que le professeur montre le matériel suivant de la Malle à Maths pour voir si cela permet de faire émerger l'utilisation d'un rectangle composé de 2 fois la somme recherchée et de la formule : $u_1 + u_2 + \cdots + u_n = \frac{(u_1+u_n)\times n}{2}$.

Nouvelle poursuite de l'activité :
Afin de voir si les élèves sont capables de transposer et de généraliser les observations faites précédemment à des suites arithmétiques quelconques.
Sans matériel, demander de donner une formule permettant de calculer les sommes suivantes :

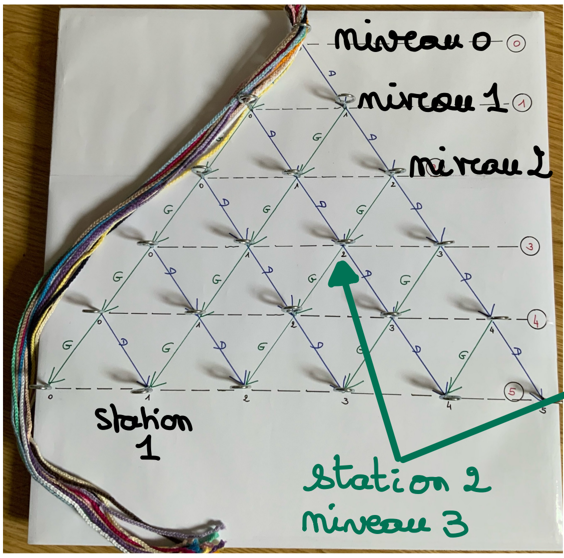
a. Somme des *n* premiers termes d'une suite arithmétique de premier terme 3 et de raison 8.
b. $u_1 + u_2 + \cdots + u_{57}$ pour *u* arithmétique de raison 3 et $u_1 = -13$.
c. $u_0 + u_1 + \cdots + u_{149}$ pour *u* arithmétique de raison -5 et $u_0 = 7$.

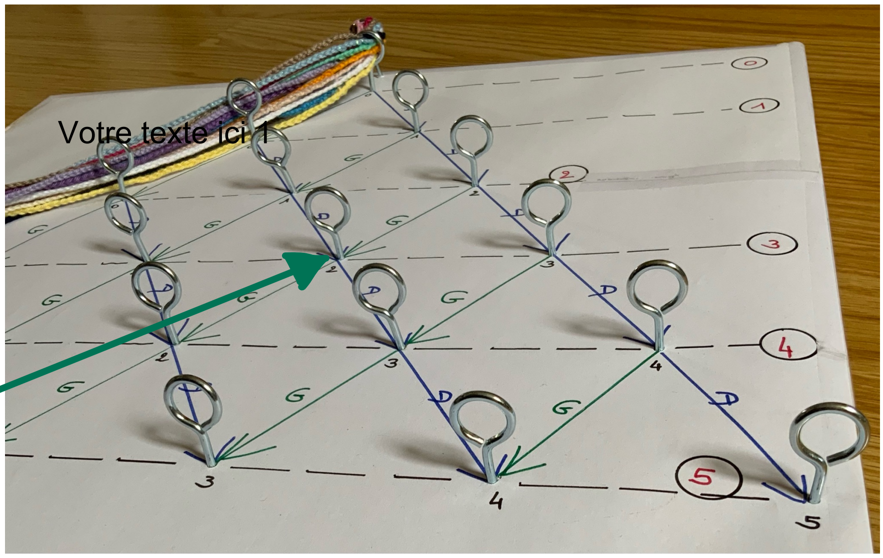
Triangle de Pascal

TRIANGLE DE PASCAL: nombre de chemins

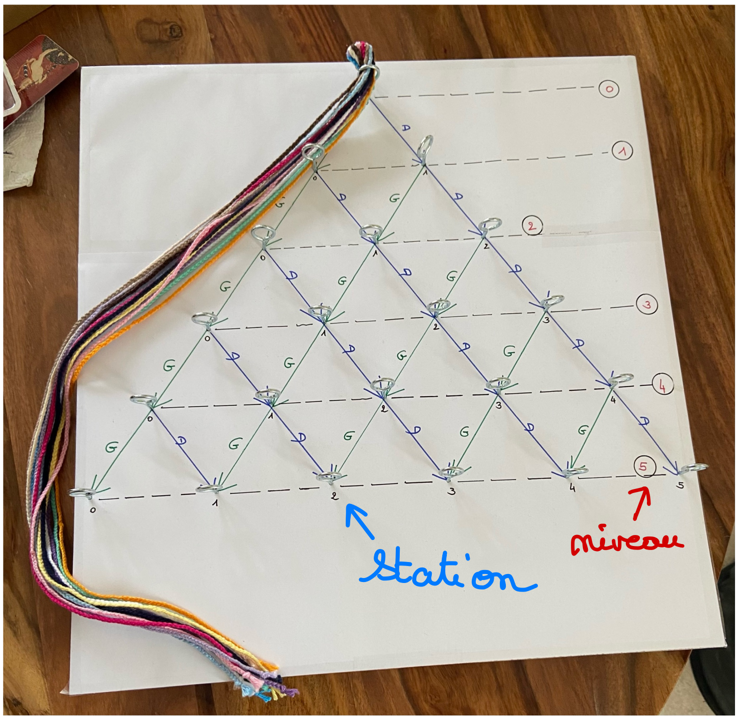
MATÉRIEL:
On dispose d'une planche rectangulaire sur laquelle on dispose des anneaux fixes.

Les anneaux sont disposés horizontalement par **niveaux**, un anneau au niveau 0, deux anneaux au niveau 1, …, n + 1 anneaux au niveau n (n entier naturel), du haut vers le bas.
Pour chaque niveau n, on considère n + 1 **stations** numérotées de 0 à n, de la gauche vers la droite.





Objectif: visualiser les différents chemins partant du sommet du triangle de PASCAL et arrivant à une station donnée.



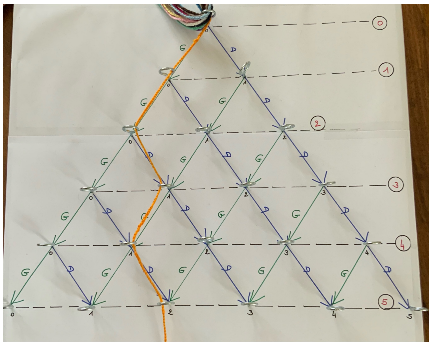
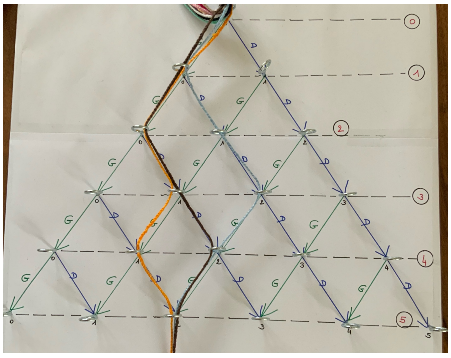
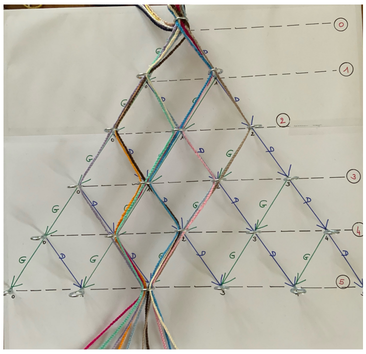
Par exemple:
Par combien de chemins différents peut-on rejoindre la station 2 du niveau 5 ?

Consigne: **pour passer du niveau n au niveau n+1 on suit la voie G (gauche) ou la voie D (droite).**

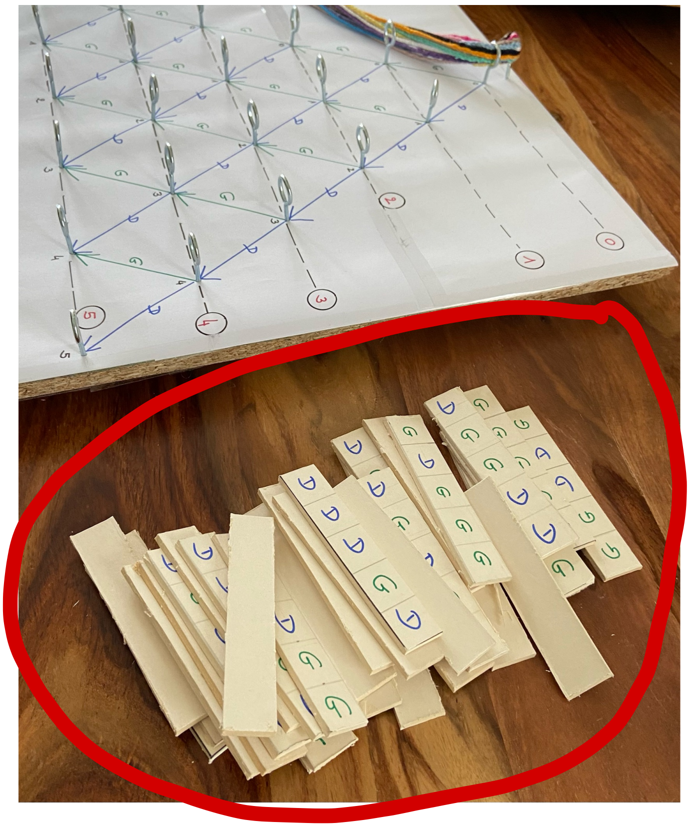
Il n'est pas judicieux de dépasser le niveau 5, car dès le niveau 6 le nombre de chemins conduisant aux stations 3, 4 ou 5 devient trop important pour être visualisé.

On dispose d'une quinzaine de cordelettes deux à deux distinctes (ici différentiables par la couleur) fixées au niveau 0.
On invite le « testeur » à construire tous les chemins qui partent du niveau 0 et qui arrivent, par exemple, à la station 2 du niveau 5.

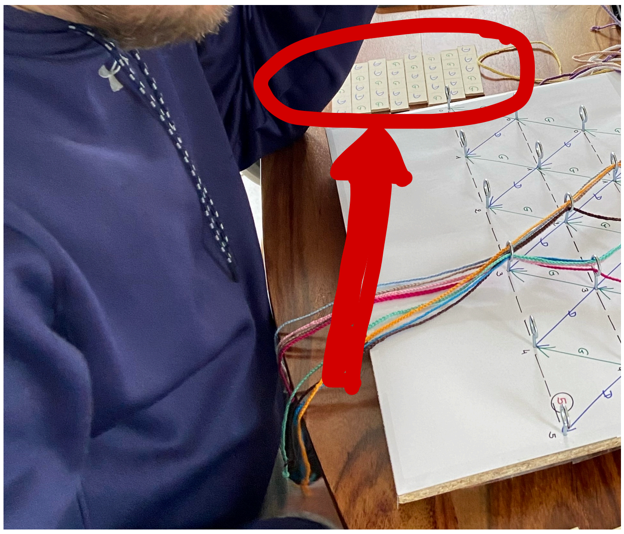


Le testeur construit alors ses chemins en choisissant les fils de couleurs différentes.



Afin d’aider le testeur, on peut proposer de retrouver la réglette correspondante au chemin effectué, cela constitue une aide dans l’organisation de la recherche.



Le testeur est invité à compléter au fur et à mesure les documents suivants:

3

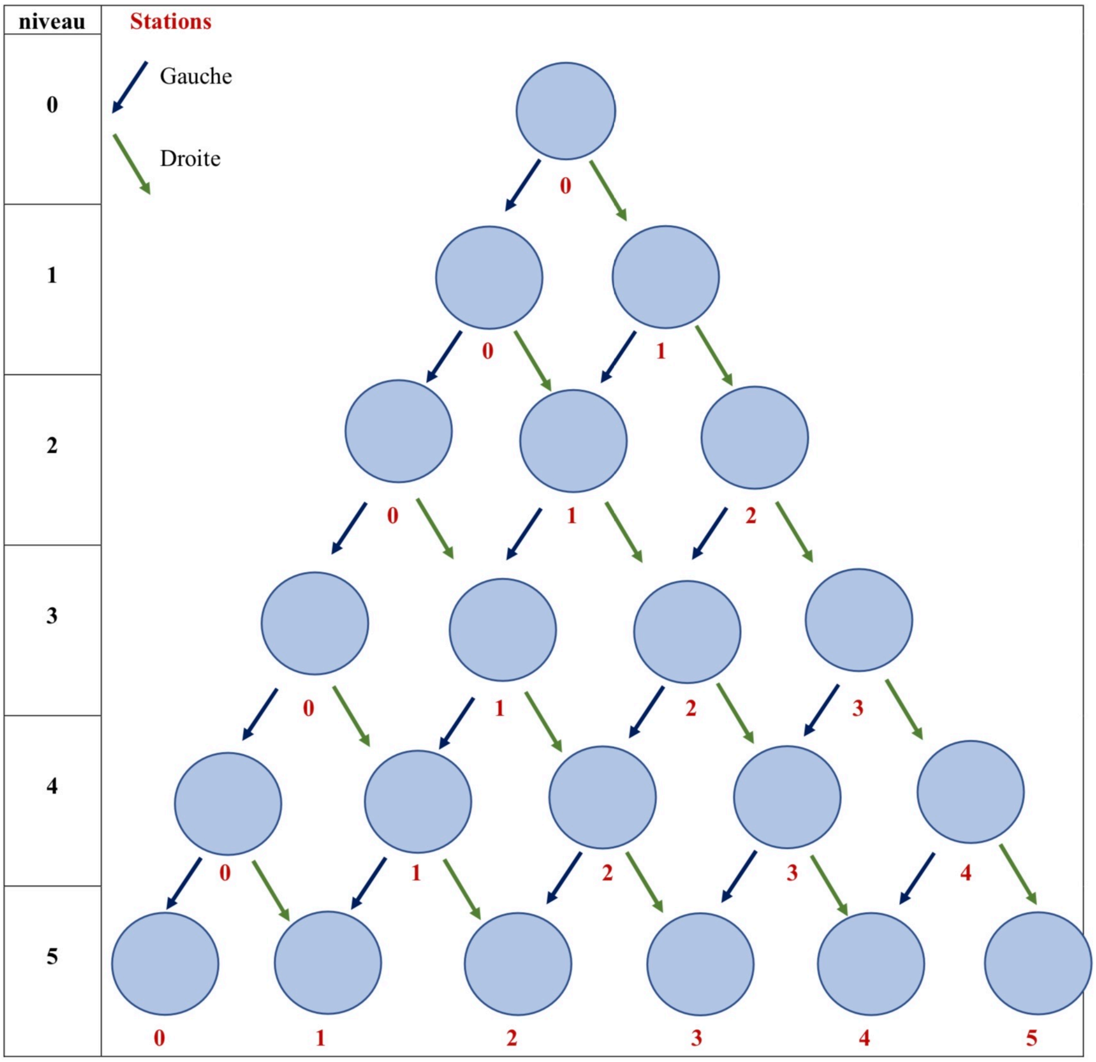
♣ Choisir un fil, construire un chemin en passant le fil dans les anneaux de la façon suivante :

soit à Droite, soit à gauche.

♣ Remplir le tableau suivant :

Niveau n ∈ {0,1,2,3,4,5} :		$\binom{\text{niveau}}{\text{station}}$ = nombre de chemins $\binom{\square}{\square}$ = …
Station k ∈ {0, …, n} :		
Nombre de chemins		

	Couleur fil	Description chemin	Nombre de D	Nombre de G
1				
2				
3				



Le testeur peut s'aider de la planche jusqu'au niveau 5, puis deviner ensuite comment on peut atteindre les stations du niveau 6, puis du niveau 7, etc… 4

Triangle de PASCAL

$$\binom{0}{0} \qquad = \ldots$$

…

$$\binom{1}{0} + \binom{1}{1} \qquad = \ldots$$

… …

$$\binom{2}{0} + \binom{2}{1} + \binom{2}{2} \qquad = \ldots$$

… … …

$$\binom{3}{0} + \binom{3}{1} + \binom{3}{2} + \binom{3}{3} \qquad = \ldots$$

… … … …

$$\binom{4}{0} + \binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4} \qquad = \ldots$$

… … … … …

$$\binom{5}{0} + \binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} \qquad = \ldots$$

… … … … … …

$$\binom{6}{0} + \binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6} \qquad = \ldots$$

… … … … … … …

$$\binom{7}{0} + \binom{7}{1} + \binom{7}{2} + \binom{7}{3} + \binom{7}{4} + \binom{7}{5} + \binom{7}{6} + \binom{7}{7} \qquad = \ldots$$

… … … … … … … …

$$\binom{8}{0} + \binom{8}{1} + \binom{8}{2} + \binom{8}{3} + \binom{8}{4} + \binom{8}{5} + \binom{8}{6} + \binom{8}{7} + \binom{8}{8} \qquad = \ldots$$

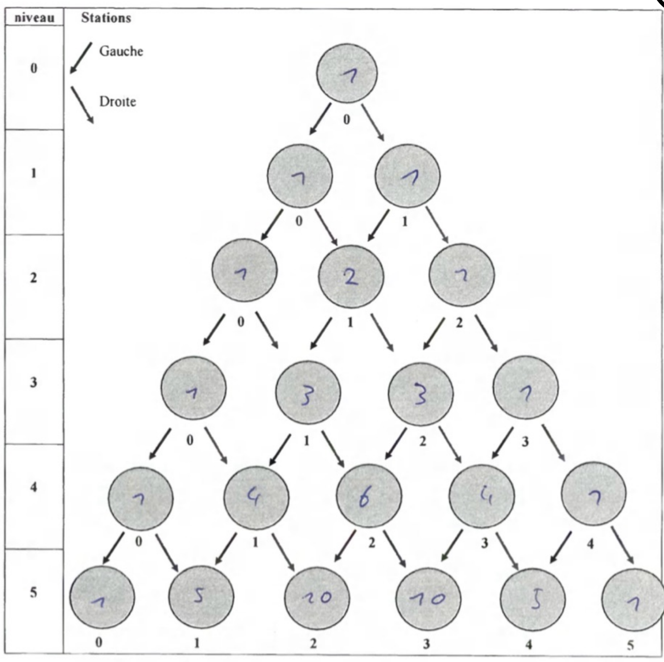
… … … … … … … … …

♣ Choisir un fil, construire un chemin en passant le fil dans les anneaux de la façon suivante :
soit à Droite, soit à gauche.

♣ Remplir le tableau suivant :

Niveau n ∈ {0,1,2,3,4,5} :	5	$\binom{\text{niveau}}{\text{station}}$ = nombre de chemins $\binom{\boxed{5}}{\boxed{3}}$ = 10
Station k ∈ {0, …, n} :	3	
Nombre de chemins	10	

	Couleur fil	Description chemin	Nombre de D	Nombre de G
1	rose	DDDGG	3	2
2	vert	DDGDG	3	2
3	bleu ciel	DDGGD	3	2
4	violet	DGDDG	3	2
5	rouge	DGDGD	3	2
6	mauve	DGGDD	3	2
7	beige	GDDDG	3	2
8	loupe	GDDGD	3	2
9	jaune	GDGDD	3	2
10	bleu foncé	GGDDD	3	2



Un exemple de rédaction d'un testeur.

Il apparaît, d'après les essais de plusieurs testeurs, que la méthode présente un aspect ludique motivant.
On peut même proposer le test à un groupe de deux ou trois personnes.

La visualisation et la manipulation permettent de comprendre rapidement la logique de calcul dans le triangle de PASCAL.

Pour les testeurs qui ont rapidement compris la construction du triangle de Pascal, et deviné quelques propriétés, comme par exemple la somme de tous les chemins sur un niveau, ou la somme sur les diagonales (Fibonacci), nous avons proposé de découvrir la propriété dite « **du trèfle** », pour laquelle nous avançons une preuve non calculatoire:

$$\binom{n-1}{p-1} \quad \binom{n-1}{p}$$
$$\binom{n}{p-1} \quad \binom{n}{p} \quad \binom{n}{p+1}$$
$$\binom{n+1}{p} \quad \binom{n+1}{p+1}$$

$$\boxed{\binom{n-1}{p-1}\binom{n}{p+1}\binom{n+1}{p} = \binom{n-1}{p}\binom{n}{p-1}\binom{n+1}{p+1}}$$

On choisit p + 1 individus parmi n, puis parmi ceux là on choisit un capitaine. Nombre de choix possibles: $\binom{n}{p+1}(p+1)$

Mais on peut d'abord choisir un capitaine parmi n , puis les p co-équipiers: $n\binom{n-1}{p}$

$$\binom{n}{p+1}(p+1) = n\binom{n-1}{p}$$

On choisit p individus parmi n + 1, puis parmi ceux là on choisit un chef. Nombre de choix possibles: $\binom{n+1}{p}p$

On peut aussi choisir un chef parmi n + 1, puis les p - 1 co-équipiers: $(n+1)\binom{n}{p-1}$

$$\binom{n+1}{p}p = (n+1)\binom{n}{p-1}$$

On partage une population de 3n individus en trois catégories: les verts (n - 1), les rouges (n) et les jaunes (n + 1).
On veut constituer une équipe de 3p individus avec un chef et un capitaine, de la façon suivante: p - 1 verts, p + 1 rouges et p jaunes.
Le capitaine est rouge, le chef est jaune.

Nombre d'équipes possibles: $\binom{n-1}{p-1} \times \underbrace{\binom{n}{p+1}(p+1)}_{n\binom{n-1}{p}} \times \underbrace{\binom{n+1}{p}p}_{(n+1)\binom{n}{p-1}}$

donc $\binom{n-1}{p-1}\binom{n}{p+1}(p+1)\binom{n+1}{p}\, p = \binom{n-1}{p-1}\, n \binom{n-1}{p}(n+1)\binom{n}{p-1}$

$$p(p+1)\underbrace{\binom{n-1}{p-1}\binom{n}{p+1}\binom{n+1}{p}} = (n+1)\underbrace{n\binom{n-1}{p-1}}_{p\binom{n}{p}}\binom{n-1}{p}\binom{n}{p-1}$$

$$= p\underbrace{(n+1)\binom{n}{p}}_{(p+1)\binom{n+1}{p+1}}\binom{n-1}{p}\binom{n}{p-1} = p(p+1)\underbrace{\binom{n+1}{p+1}\binom{n-1}{p}\binom{n}{p-1}}$$

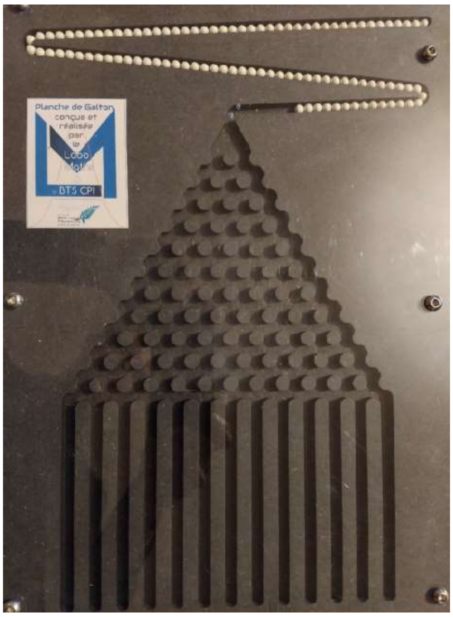
donc : $\boxed{\binom{n-1}{p-1}\binom{n}{p+1}\binom{n+1}{p} = \binom{n-1}{p}\binom{n}{p-1}\binom{n+1}{p+1}}$

$$\underbrace{\binom{n-1}{p-1}}_{p-1 \text{ verts}}\ \underbrace{(p+1)\binom{n}{p+1}}_{\substack{p+1 \text{ rouges} \\ \text{dont 1 capitaine}}}\ \underbrace{p\binom{n+1}{p}}_{\substack{p \text{ jaunes dont} \\ \text{1 chef}}} = \underbrace{p\binom{n-1}{p}}_{\substack{p \text{ verts} \\ \text{dont 1} \\ \text{chef}}}\ \underbrace{\binom{n}{p-1}}_{\substack{p-1 \\ \text{rouges}}}\ \underbrace{(p+1)\binom{n+1}{p+1}}_{\substack{p+1 \text{ jaunes} \\ \text{dont 1} \\ \text{capitaine}}}$$

* le membre de gauche dénombre les équipes formées de $3p$ individus dont $p-1$ sont verts, $p+1$ sont rouges dont l'un est capitaine, et p sont jaunes dont l'un est chef.
* L'égalité assure qu'il y a autant d'équipes de $3p$ individus donc p sont verts dont l'un est chef, $p-1$ sont rouges, et $p+1$ sont jaunes dont l'un est capitaine.

Planche de Galton

Matériel utilisé :
Planche de Galton



Niveau :
Terminale spécialité mathématiques

Place dans la progression :
Après avoir vu la loi binomiale mais plusieurs semaines après la fin du chapitre.

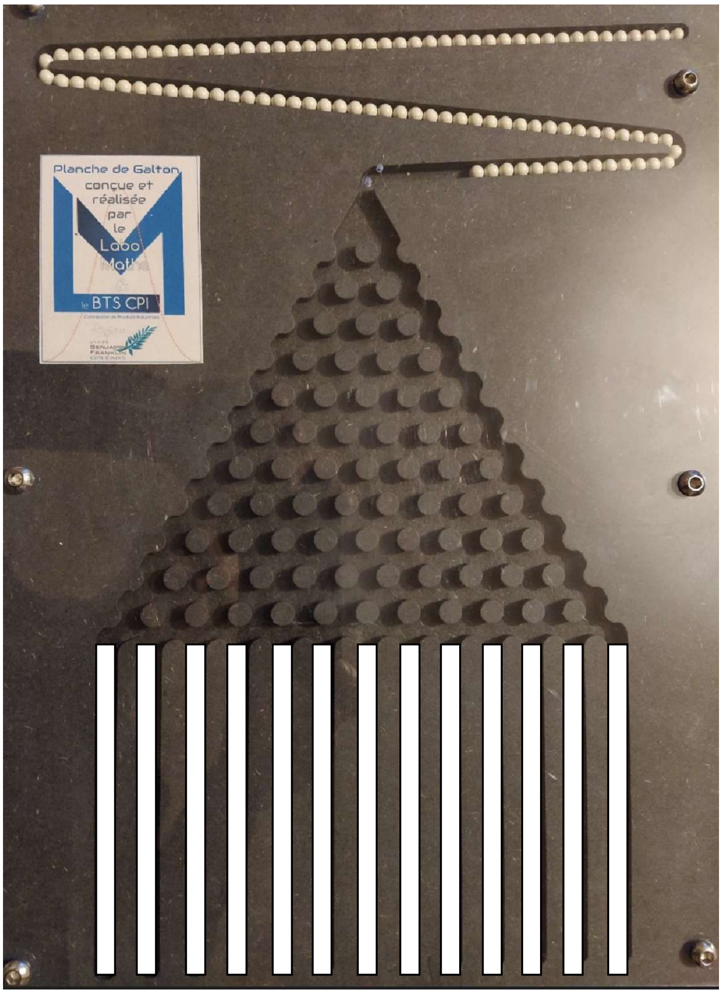
Durée : 30 minutes

Enoncé :
Le professeur montre la planche de Galton, sans l'utiliser, et explique qu'elle a été fabriquée à l'aide d'une fraiseuse programmée pour que les plots soient disposés et espacés de façon régulière.
La planche de Galton contient 100 billes.

Le professeur propose le jeu suivant : il va redresser la planche et faire descendre les 100 billes mais au préalable chaque élève doit faire un pronostic sur le nombre de billes que contiendra chacun des réservoirs situés en bas de la planche en expliquant la raison de son choix. L'élève qui aura fait le pronostic le plus proche du tirage obtenu sera déclaré gagnant.

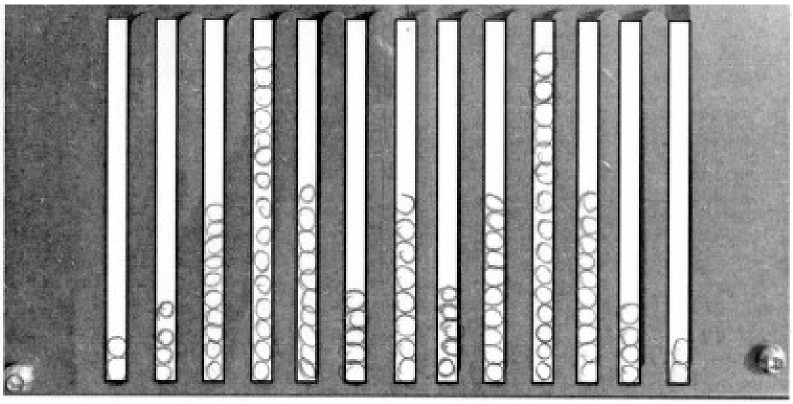
Le professeur distribue à chaque élève une feuille de pronostic à compléter en demandant de dessiner les billes obtenues dans chaque réservoir à la fin de l'expérience et d'indiquer le nombre de billes dans chaque réservoir.
Il est également demandé à la classe de proposer une méthode pour déterminer le gagnant.

Feuille réponse distribuée aux élèves :



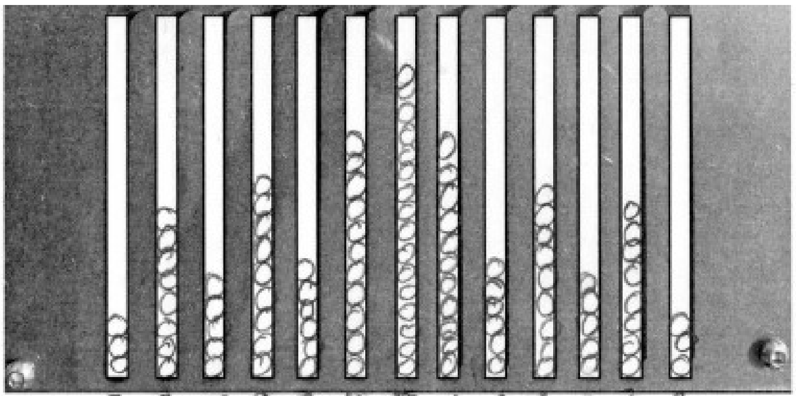
Exemples de réponses proposées par des élèves (cet exercice a été testé avec une classe de Terminale spécialité mathématiques) :

Les élèves avaient le droit d’examiner la planche mais pas de la manipuler, certains ont mesuré la hauteur des réservoirs et le diamètre des billes afin de savoir combien de billes pouvaient contenir dans un réservoir.



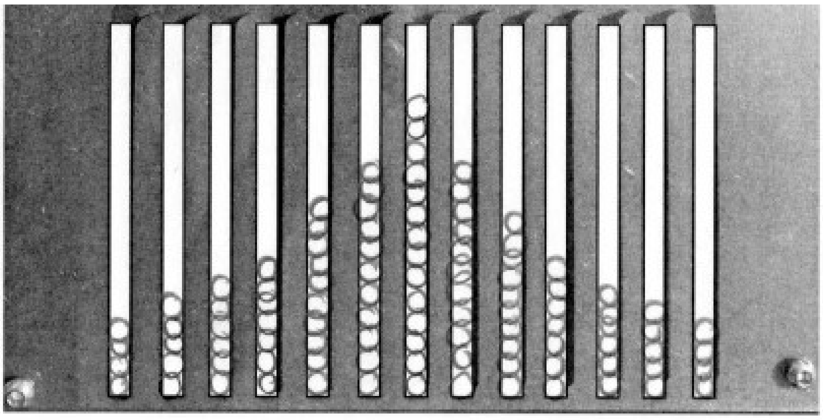
2	4	10	15	10	5	8	5	10	15	10	4	2

Explication du choix du pronostic : En séparant la pyramide en 2, puis encore en 2 sur chaque moitié, j'ai mis un grand nombre de billes (15). Ensuite, par symétrie à cette colonne, j'ai réduit le nombre de billes. Sur les extrémités, j'ai mis un petit nombre. Ainsi, si on se réfère à la 7ème colonne en partant de la gauche, il y a une symétrie par rapport à cette colonne.



3	8	5	9	6	11	15	11	6	9	5	8	3

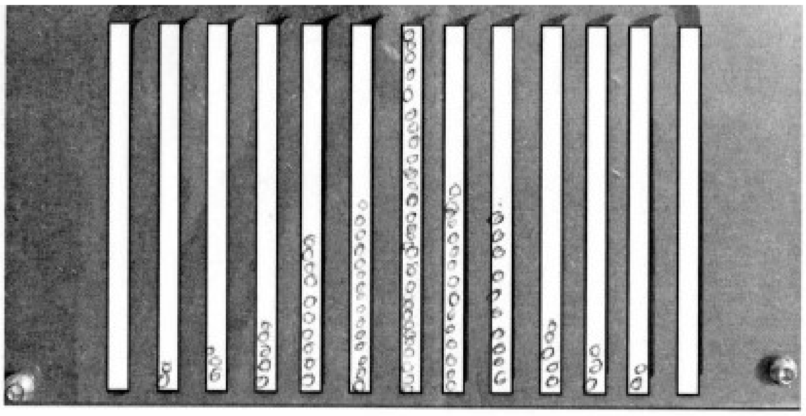
Explication du choix du pronostic :
Trop compliquer de tomber sur les billes du fond, donc ça va tomber sur la colonne à côté. Celle du milieu est celle qui en aura le plus car il y a plus de chemin qui parent. Ça peut aussi tomber sur celles d'à côté ou celles de 3 colonnes à côté.



4	5	6	7	10	11	14	11	10	7	6	5	4

Explication du choix du pronostic :

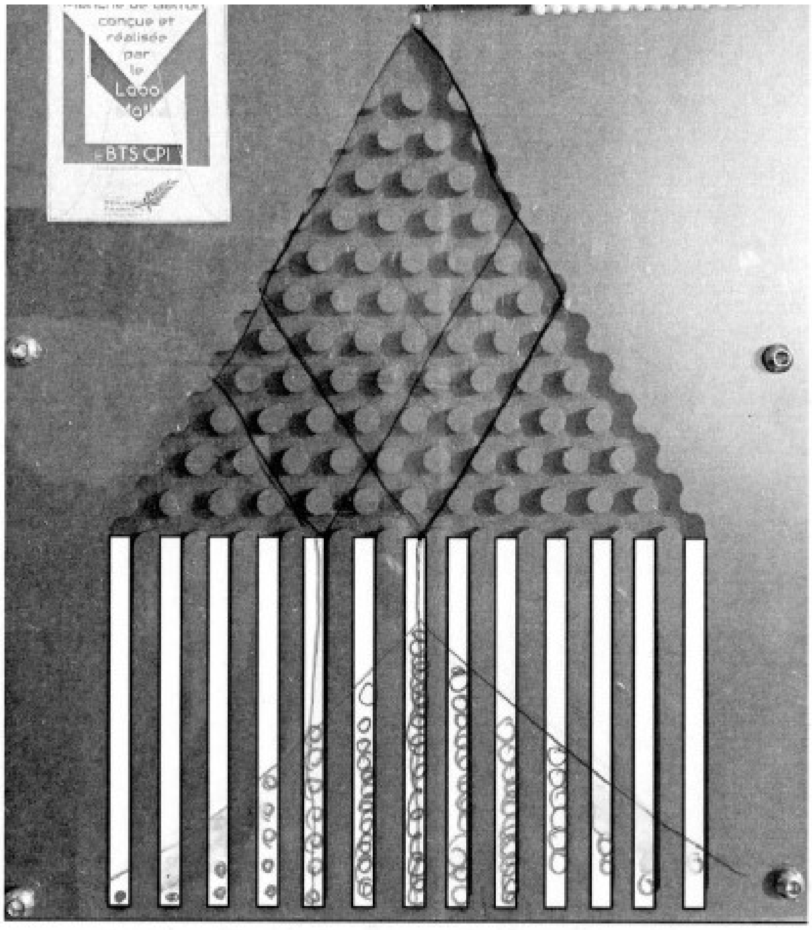
Les chemins aux extrémités ont des chemins plus long à parcourir donc la probabilité pour que les billes tombent aux extrémités est plus faible. Donc il y aura plus de billes sur les colonnes du centre



0	2	3	5	10	15	30	15	10	5	3	2	0

Explication du choix du pronostic :

Si les probabilités qu'une bille tombe dans un tube était la même pour tous les tubes, elle serait $100 \div 13 \approx 7,5$
On peut déterminer intuitivement que la bille a au moins 4 fois plus de chances de tomber dans celui du milieu $(4 \times 7,5 = 30)$ et 2 fois plus de tomber dans celui à la droite ou à la gauche de ce dernier $(2 \times 7,5 = 15)$

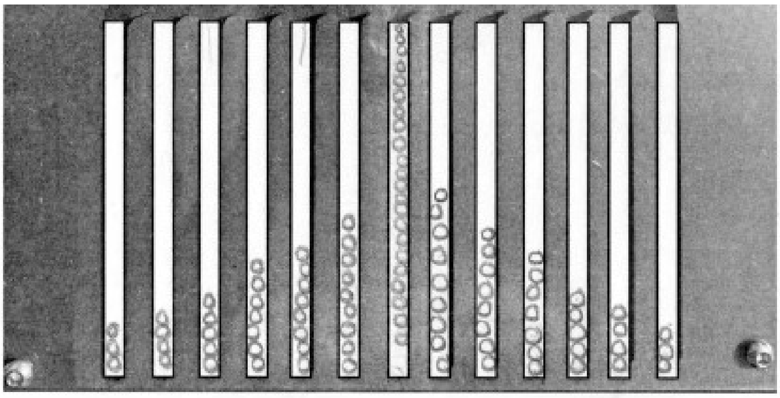


1	1	2	8	12	16	20	16	12	8	2	4	1

Explication du choix du pronostic :

(si les billes ne s'entrechoquent pas trop)

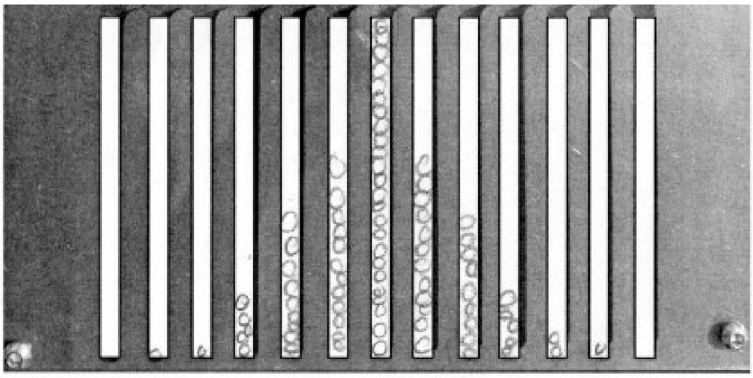
il semble qu'il y ai plus de chemins differents menant au milieu.
Les chiffres sont choisis aléatoirement, juste pour souligner le resultat triangulaire.



3	4	5	7	8	9	22	9	8	7	5	4	3

Explication du choix du pronostic :

1 seule bille peu passer à travers une fente.
Donc lorsque la prèmière tombe, vu l'orientation on suppose qu'elle tombe à gauche, la deuxième ne pourra pas passer par la fente de gauche, donc elle passera à droite.
Les billes tomberont plus au milieu en faisant ↯ ou ↯
Donc ~~apr~~ elle se répartiront des goulottes les plus proches au plus éloignées, de façon décroissante
Il ne peut y avoir que 22 billes au centre car 1 bille = 0,2 cm et 1 colonne = 4,4 cm $\frac{4,4}{0,2} = 22$, on met autant de billes au centre que la colonne peut en contenir

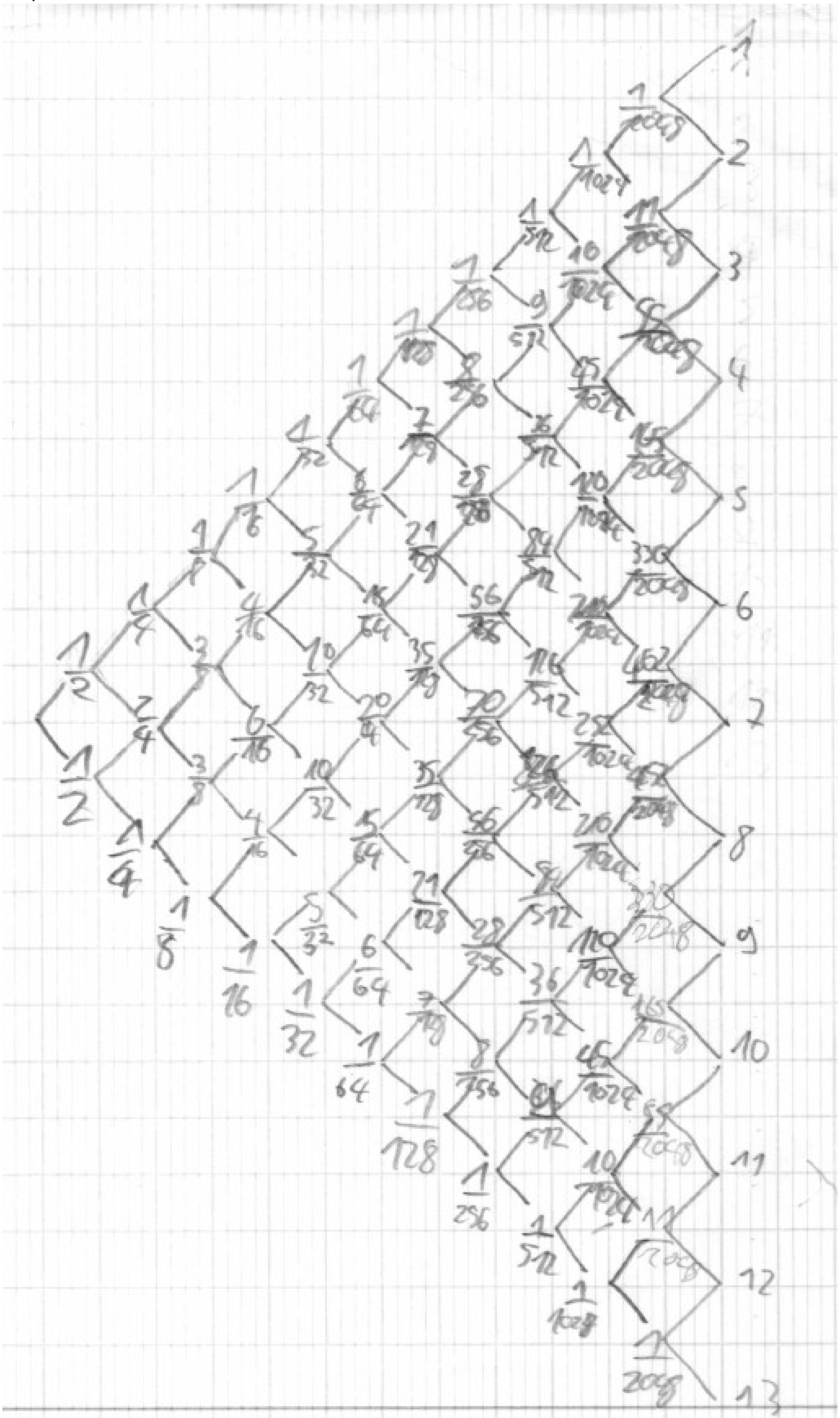


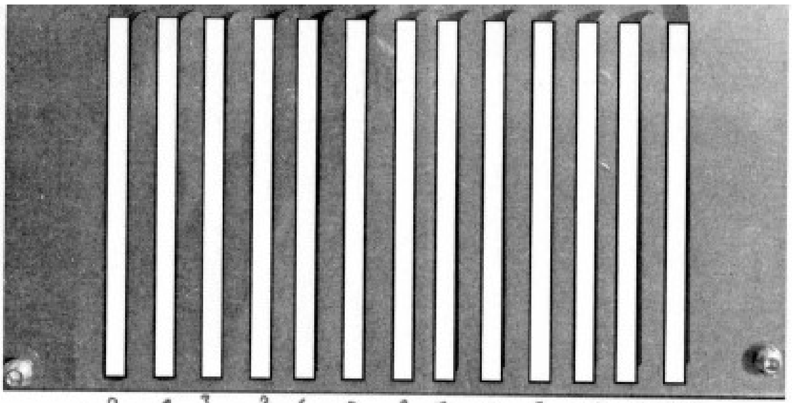
0	1	1	5	10	15	35	15	10	5	2	1	0

Explication du choix du pronostic :

Il y a plus de chance de tomber sur les tubes du milieu que dans ceux aux extremités. J'ai commencé par mettre 30 au milieu mais en divisant par 2 pour chaque tube je n'arrivais pas au total de 100 billes, j'ai donc égalisé en rajoutant des billes partout tout en suivant la même logique.

Un élève a fait un arbre représentant la planche avec à chaque intersection la probabilité qu'une bille emprunte tel ou tel chemin.





0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	0	2	5	12	19	24	19	12	5	2	0	0

Explication du choix du pronostic :

A chaque cylindre rencontré, une bille a "le choix" d'aller à gauche ou à droite, avec 1 chance sur 2. Il y a un total de 12 rangé de cylindre. Donc une bille réalise 12 fois de façon identique et indépendante la même expérience de Bernoulli de paramètre $p = \frac{1}{2}$

Soit X la variable aléatoire qui, à une colonne, associe la probabité qu'une bille tombe dedans.

X suit la loi binomiale de paramètres $p = \frac{1}{2}$ et $n = 12$

La probabilité qu'une bille tombe dans une colonne d'indice m (avec $m \in [\![0;12]\!]$), est :

$P(X=m) = \binom{12}{m} \times p^m \times (1-p)^m$ =>

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P(X)	$\frac{1}{4096}$	$\frac{12}{4096}$	$\frac{66}{4096}$	$\frac{220}{4096}$	$\frac{493}{4096}$	$\frac{792}{4096}$	$\frac{924}{4096}$	$\frac{792}{4096}$	$\frac{495}{4096}$	$\frac{220}{4096}$	$\frac{66}{4096}$	$\frac{12}{4096}$	$\frac{1}{4096}$

Comme on a 100 billes, on multipli chaque probabilité par 100, et on devrait obtenir le nombre de billes par colonne

n° colonne	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
nb billes	0	0	2	5	12	19	24	19	12	5	2	0	0

↳ Stratégie pour le joueur

<u>Organisateur</u> : Il compare le nombre de bille ~~d'écart~~ en trop entre le résultat et le pronostique du joueur. Celui qui a le moins de billes fausses gagne

Pour désigner le vainqueur, les élèves ont décidé de calculer pour chaque compartiment la valeur absolue de l'écart entre le nombre de billes du pronostic et celui du tirage puis de faire la somme de ces écarts, l'élève avec la somme la plus petite est déclaré vainqueur.

Le professeur ramasse les feuilles réponses et fait le tirage. Les élèves manipulent ensuite la planche et constatent que la répartition des billes est toujours sensiblement la même d'un tirage à l'autre.

Le professeur donne le nom du gagnant à la séance suivante après avoir fait une feuille de calcul sur tableur.

Il se trouve que lors de cette séance observée en classe, c'est l'élève ayant utilisé la loi binomiale qui a gagné (dernière feuille réponse présentée ci-dessus).

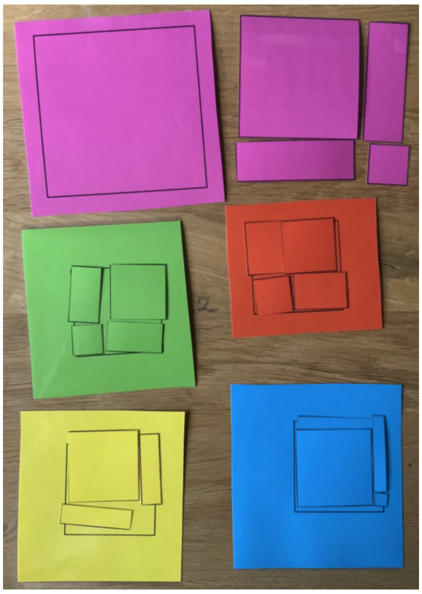
Enoncé alternatif pouvant servir de sujet pour le Grand Oral du Baccalauréat :
Un forain veut utiliser la planche pour proposer un jeu sur le principe de la roulette au casino.
Dans ce jeu on lance une seule bille.
Un joueur paye une mise et parie sur le réservoir dans lequel va tomber la bille.

Question : *proposer un montant de mise ainsi que le montant des récompenses associées à chaque réservoir pour que le jeu soit favorable à l'organisateur tout en étant attractif pour les joueurs.*

Identités remarquables

Manipuler – verbaliser- abstraire les identités remarquables

Le but de cette activité est d'illustrer les identités remarquables en les reliant aux aires puis de généraliser cette illustration pour (ré-)installer un automatisme en lui donnant sens.



Matériel :

- Plusieurs puzzles pour chaque groupe (3 à 4) (entre 15 et 20 puzzles du premier type - puzzle à support)
- Plusieurs dimensions : faire varier la taille du carré support et du découpage

Niveau : plusieurs possibilités suivant la place dans la progression

- Activité découverte en 3ème
- Activité de remédiation en 2nde
- Activité d'automatisme en 1ère techno

Objectifs :

- Manipuler, verbaliser, abstraire la formule $(a+b)^2=$…
- Amener la nécessité du passage à une écriture littérale pour généraliser des observations sur différents objets.
- Donner sens à cette formule en installant la visualisation du terme 2ab dans la formule
- Aider à la maitrise du développement par la construction du sens de la double distributivité (*donner un outil de gestion de l'erreur par une visualisation concrète du développement, installer un automatisme qui a du sens*).

Durée :

2 fois 1h ou 1h30

Déroulement :

Phase 1 (1h à 1h30) :

Objectif : Manipuler, verbaliser, abstraire la formule $(a+b)^2=$…

Modalités : Travail par groupes : de 4 à 6 élèves

Consignes :

À partir des puzzles plastifiés,

1. Reconstituer les puzzles (sans consigne particulière). Noter le rôle du support.

2. Question : « grâce au puzzle, que remarque t-on sur les aires des différentes surfaces ? »

   L'objectif pour l'enseignant est d'amener les élèves à écrire une égalité entre les aires : l'aire du support du puzzle est égale à la somme des aires des pièces (carrés et rectangles).

   Indication possible : « Traduire par une égalité ce qu'illustre chacun des puzzles, sans oublier le support ».

   Pour les plus rapides, proposer et construire un nouveau puzzle sur le même modèle.

Observations :

- Attention : il est possible de reconstituer le carré avec une autre disposition qui permet d'illustrer l'identité remarquable mais pas l'automatisme (photo, puzzle bleu)
- Une possibilité consiste à induire la mesure des longueurs de cotés pour orienter l'activité mais on passe à côté du concept d'aire (obtenue par pavage, par superposition, …) tel qu'il est abordé en cycle 3.
- Si la formule de calcul de l'aire est appliquée en profiter pour amener les élèves à reporter les notations sur la figure
- Certains élèves mesurent les côtés : les amener à observer les égalités de longueur sur les différentes surfaces, à observer ce qui est invariant du format des puzzles et ainsi les amener à utiliser les lettres pour généraliser.

3. Institutionnalisation par l'enseignant :

   Passage d'une photo du puzzle à une figure géométrique.

   Ecriture de l'égalité : Aire grand carré = somme des aires des carrés + des aires des rectangles

Mobilisation des formules de calcul d'aires à partir des longueurs des côtés pour exprimer les aires (passage au calcul littéral). Proposer aux groupes de passer au tableau pour illustrer l'égalité (L+l)² pour ne pas induire l'identité remarquable (en particulier en adoptant une notation a+b…)

On obtient l'égalité :

$$(L+l) \times (L+l) = L \times L + L \times l + l \times L + l \times l$$

(ou avec d'autres lettres C, c ou a, b ou x, y .. en fonction des propositions des élèves) qui s'écrit :

$$(L+l)^2 = L^2 + 2 \times L \times l + l^2$$

Cette égalité est mise en relation avec la figure géométrique.

On peut faire le lien avec l'identité remarquable (en remédiation) :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

On insiste pour donner du sens et visualiser le terme « 2ab » de l'identité remarquable.

Phase 2 (1h)

Objectifs :

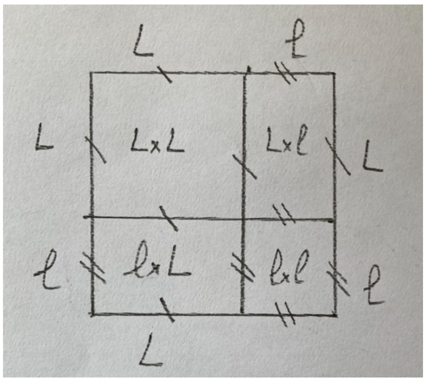
- Amener la nécessité de la démonstration abstraite en appui sur les propriétés du calcul algébrique (donne du sens au calcul algébrique, lien avec les ensembles de nombres -> positifs au négatifs)
- Donner un outil de gestion de l'erreur par une visualisation concrète du développement, installer un automatisme qui a du sens.

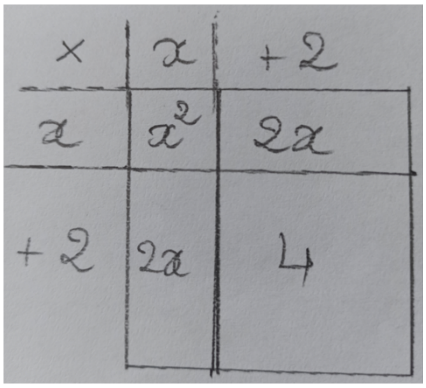
Modalité : classe entière (collectif puis individuel)

Consignes :

1. Temps collectif : on revient sur l'égalité obtenue et on questionne les élèves sur le domaine de validité :
   « la formule est-elle vraie pour tous nombres a,b réels, peut-on utiliser l'activité pour des nombres négatifs ? »
2. Démonstration par l'enseignant à l'aide de la double distributivité.

3. Application sur des exemples et Retour à la représentation du puzzle comme automatisme de développement d'expression (à dépasser avec une formule qui vit pour elle-même).
   Plusieurs niveaux de formalisation possibles (différenciation) :
   Schéma puzzle -> schéma tableau -> identité remarquable.





Exemples :

$$(x+2)^2 =$$
$$(x-\ 2)^2 =$$
$$(-3x+1)^2 =$$

Phase 3 (30 min - 1h)

Objectifs :

- Représenter, illustrer et donner sens à une formule.
- S'approprier le lien entre formule abstraite et une représentation concrète de la formule.
- Recontextualisation.

Modalités : travail par groupes ou à la maison (défi)

Matériel : feuilles petits carreaux + blanches ; ciseaux

Consignes :

1. On admet que (ou rappelez-vous que) (a-b)(a+b) = … (ou le faire démontrer).
   Défi : À l'aide du matériel proposé, créer un puzzle pour illustrer cette égalité.
2. Mise en commun des propositions, explications, démonstration et retour sur le lien entre expression littérale et aire.