

## Chapitre 8

# Annexe 1 : Leçons d'oral (options A, B et C) proposées en 2013

### Leçons d'algèbre et géométrie



*La leçon 126 n'a pas été posée en 2013 mais pourra l'être en 2014.*

- 101** Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.  
Action de  $SO(n)$  sur  $\mathbb{S}^{n-1}$  – Nombre de matrices diagonalisables sur  $\mathbb{F}_q$
- 
- 102** Groupe des nombres complexes de module 1. Sous-groupes des racines de l'unité. Applications.  
Suite de polygones qui converge – Irréductibilité des polynômes cyclotomiques
- 
- 103** Exemples et applications des notions de sous-groupe distingué et de groupe quotient.  
Théorème de Lie–Kolchin – Simplicité de  $SO(3)$
- 
- 104** Groupes finis. Exemples et applications.  
Théorème de Molien – Nombre de matrices diagonalisables sur  $\mathbb{F}_q$
- 
- 105** Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.  
Table de caractères de  $S_4$  – Théorème de Frobenius–Zolotarev
- 
- 106** Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie  $E$ , sous-groupes de  $GL(E)$ . Applications.  
Action de  $SO(n)$  sur  $\mathbb{S}^{n-1}$  – Simplicité de  $SO(3)$
- 
- 107** Représentations et caractères d'un groupe fini sur un  $\mathbb{C}$ -espace vectoriel.  
Théorème de Molien – Table de caractères de  $S_4$
- 
- 108** Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications.  
Simplicité de  $SO(3)$  – Sous-algèbres réduites de  $M_n(\mathbb{C})$
- 
- 109** Représentations de groupes finis de petit cardinal.  
Théorème de Molien – Table de caractères de  $S_4$
- 
- 120** Anneaux  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ . Applications.  
Loi de réciprocité quadratique – Irréductibilité des polynômes cyclotomiques
- 
- 121** Nombres premiers. Applications.  
Loi de réciprocité quadratique – Irréductibilité des polynômes cyclotomiques
-

- 
- 122** Anneaux principaux. Exemples et applications.  
Algorithme des facteurs invariants – Théorème de Rothstein–Trager
- 
- 123** Corps finis. Applications.  
Existence, unicité et construction des corps finis – Loi de réciprocité quadratique
- 
- 124** Anneau des série formelles. Applications  
Théorème de Molien – Partitions d'un entier en parts fixées
- 
- 125** Extensions de corps. Exemples et applications.  
Automorphismes de  $k(X)$  – Existence, unicité et construction des corps finis
- 
- 126** Exemples d'équations diophantiennes.  
Partitions d'un entier en parts fixées – Loi de réciprocité quadratique
- 
- 140** Corps des fractions rationnelles à une indéterminée sur un corps commutatif. Applications.  
Partitions d'un entier en parts fixées – Automorphismes de  $k(X)$
- 
- 141** Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.  
Existence, unicité et construction des corps finis – Irréductibilité des polynômes cyclotomiques
- 
- 142** Algèbre des polynômes à plusieurs indéterminées. Applications.  
Borne de Bézout – Théorème de Molien
- 
- 143** Résultant. Applications.  
Borne de Bézout – Théorème de Rothstein–Trager
- 
- 144** Racines d'un polynôme. Fonctions symétriques élémentaires. Exemples et applications.  
Théorème de Kronecker – Irréductibilité des polynômes cyclotomiques
- 
- 150** Exemples d'actions de groupes sur les espaces de matrices.  
Simplicité de  $SO(3)$  – Nombre de matrices diagonalisables sur  $\mathbb{F}_q$
- 
- 151** Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de la dimension finie). Rang. Exemples et applications.  
Théorème de Molien – Automorphismes de  $k(X)$
- 
- 152** Déterminant. Exemples et applications.  
Borne de Bézout – Suite de polygones qui converge
- 
- 153** Polynômes d'endomorphisme en dimension finie. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.  
Décomposition de Dunford via Newton – Sous-algèbres réduites de  $M_n(\mathbb{C})$
- 
- 154** Sous-espaces stables par un endomorphisme ou une famille d'endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.  
Réduction des endomorphismes normaux – Théorème de Lie–Kolchin
- 
- 155** Endomorphismes diagonalisables en dimension finie.  
Réduction des endomorphismes normaux – Équation de Hill–Mathieu
- 
- 156** Exponentielle de matrices. Applications.  
Théorème de Cartan–von Neumann –  $\exp : M_n(\mathbb{C}) \rightarrow GL_n(\mathbb{C})$  est surjective
- 
- 157** Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents.  
Décomposition de Dunford via Newton – Théorème de Lie–Kolchin
- 
- 158** Matrices symétriques réelles, matrices hermitiennes.  
Lemme de Morse – Composantes connexes (p. a.) des formes quadratiques non dégénérées
-

- 
- 159** Formes linéaires et hyperplans en dimension finie. Exemples et applications.  
Extréma liés – Loi de réciprocité quadratique
- 
- 160** Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien (de dimension finie).  
Réduction des endomorphismes normaux – Simplicité de  $SO(3)$
- 
- 161** Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie. Applications en dimensions 2 et 3.  
Action de  $SO(n)$  sur  $S^{n-1}$  – Simplicité de  $SO(3)$
- 
- 162** Systèmes d'équations linéaires ; opérations, aspects algorithmiques et conséquences théoriques.  
Méthode du gradient conjugué – Algorithme des facteurs invariants
- 
- 170** Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications.  
Lemme de Morse – Loi de réciprocité quadratique
- 
- 171** Formes quadratiques réelles. Exemples et applications.  
Lemme de Morse – Composantes connexes (p. a.) des formes quadratiques non dégénérées
- 
- 180** Coniques. Applications.  
Ellipse de Steiner – Définition bifocale
- 
- 181** Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie, convexité. Applications.  
Ellipse de Steiner – Suite de polygones qui converge
- 
- 182** Applications des nombres complexes à la géométrie.  
Ellipse de Steiner (aire) – Suite de polygones qui converge
- 
- 183** Utilisation des groupes en géométrie.  
Action de  $SO(n)$  sur  $S^{n-1}$  – Ellipse de Steiner
- 
- 190** Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement.  
Nombre de matrices diagonalisables sur  $\mathbb{F}_q$  – Loi de réciprocité quadratique
-

## Leçons d'analyse et probabilités



*Les leçons 209, 244, 260, 261, 262, 263, 264 n'ont pas été posées en 2013 mais pourront l'être en 2014.*

*Les leçons 250, 251, 252 sont supprimées pour la session 2014.*

*Les leçons 219, 220, 223, 224, 226 et 245 seront reformulées pour la session 2014.*

- 201** Espaces de fonctions : exemples et applications.  
Polynômes orthogonaux – Théorème Riesz–Fischer
- 
- 202** Exemples de parties denses et applications.  
Densité dans  $C[0, 1]$  des fonctions nulle part dérivables – Théorème de Fejér
- 
- 203** Utilisation de la notion de compacité.  
Réduction des opérateurs symétriques compacts – Théorème de Jordan C1
- 
- 204** Connexité. Exemples et applications.  
Théorème de Jordan C1 – Simplicité de  $SO(3)$
- 
- 205** Espaces complets. Exemples et applications.  
Réduction des opérateurs symétriques compacts – Théorème de Cauchy–Lipschitz
- 
- 206** Théorèmes de point fixe. Exemples et applications.  
Théorème d'inversion locale – Théorème de Cauchy–Lipschitz
- 
- 207** Prolongement de fonctions. Exemples et applications.  
Polynômes orthogonaux – Couronnes biholomorphes
- 
- 208** Espaces vectoriels normés, applications linéaires continues. Exemples.  
Réduction des opérateurs symétriques compacts – Théorème de Riesz–Fischer
- 
- 209** Approximation d'une fonction par des polynômes et des polynômes trigonométriques. Exemples et applications.  
Théorème de Bernstein – Théorème de Fejér
- 
- 213** Espaces de HILBERT. Bases hilbertiennes. Exemples et applications.  
Réduction des opérateurs symétriques compacts – Polynômes orthogonaux
- 
- 214** Théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites. Exemples et applications.  
Lemme de Morse – Théorème d'inversion locale
- 
- 215** Applications différentiables définies sur un ouvert de  $\mathbf{R}^n$ . Exemples et applications.  
Extréma liés – Théorème de Cartan–von Neumann
- 
- 216** Étude métrique des courbes. Exemples.  
Courbe brachistochrone – Inégalité isopérimétrique
- 
- 217** Sous-variétés de  $\mathbf{R}^n$ . Exemples.  
Extréma liés – Théorème de Cartan–von Neumann
- 
- 218** Applications des formules de TAYLOR.  
Décomposition de Dunford – Méthode de Newton
- 
- 219** Extremums : existence, caractérisation, recherche. Exemples et applications.  
Extréma liés – Courbe brachistochrone
-

- 
- 220** Equations différentielles  $X' = f(t, X)$ . Exemples d'étude des solutions en dimension 1 et 2.  
Courbe brachistochrone – Equation de Hill–Mathieu
- 
- 221** Équations différentielles linéaires. Systèmes d'équations différentielles linéaires. Exemples et applications.  
Etude asymptotique d'une suite de polynômes – Equation de Hill–Mathieu
- 
- 223** Suites numériques. Convergence, valeurs d'adhérence. Exemples et applications.  
Couronnes biholomorphes – Méthode de Newton
- 
- 224** Exemples de développements asymptotiques de suites et de fonctions.  
Série harmonique – Étude asymptotique d'une suite de polynômes
- 
- 226** Suites vectorielles et réelles définies par une relation de récurrence  $u_{n+1} = f(u_n)$ . Exemples et applications.  
Décomposition de Dunford – Méthode de Newton
- 
- 228** Continuité et dérivabilité des fonctions réelles d'une variable réelle. Exemples et contre-exemples.  
Densité dans  $C[0, 1]$  des fonctions nulle part dérivables – Théorème de Bernstein
- 
- 229** Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.  
Galton–Watson – Courbe brachistochrone
- 
- 230** Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples.  
Série harmonique – Théorèmes d'Abel non tangentiel et de Tauber faible
- 
- 232** Méthodes d'approximation des solutions d'une équation  $F(X) = 0$ . Exemples.  
Méthode de Newton – Méthode du gradient conjugué
- 
- 234** Espaces  $L^p$ ,  $1 \leq p \leq +\infty$ .  
Polynômes orthogonaux – Théorème de Riesz–Fischer
- 
- 235** Suites et séries de fonctions intégrables. Exemples et applications.  
Théorème de Riesz–Fischer – Théorème de Fejér
- 
- 236** Illustrer par des exemples quelques méthodes de calcul d'intégrales de fonctions d'une ou plusieurs variables réelles.  
Inégalité isopérimétrique – Transformée de Fourier de la Gaussienne
- 
- 239** Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et applications.  
Transformée de Fourier de la Gaussienne – Théorème de Jordan  $C^1$
- 
- 240** Produit de convolution, transformation de FOURIER. Applications.  
Transformée de Fourier de la Gaussienne – Théorème de Fejér
- 
- 241** Suites et séries de fonctions. Exemples et contre-exemples.  
Théorème de Fejér – Théorème de Riesz–Fischer
- 
- 243** Convergence des séries entières, propriétés de la somme. Exemples et applications.  
Nombres de Bell – Théorèmes d'Abel non tangentiel et de Tauber faible
- 
- 244** Fonctions développables en série entière, fonctions analytiques. Exemples.  
Nombres de Bell – Théorèmes d'Abel non tangentiel et de Tauber faible
- 
- 245** Fonctions holomorphes sur un ouvert de  $\mathbf{C}$ . Exemples et applications.  
Transformée de Fourier de la gaussienne – Couronnes biholomorphes
- 
- 246** Séries de FOURIER. Exemples et applications.  
Théorème de Fejér – Inégalité isopérimétrique
-

- 247 Exemples de problèmes d'interversion de limites.  
Théorème d'Abel non tangentiel – Série harmonique
- 
- 249 Suites de variables de BERNOULLI indépendantes.  
Nombres normaux – Théorème de Bernstein
- 
- ~~250 Loi des grands nombres. Théorème central limite. Applications.~~
- 
- ~~251 Indépendance d'événements et de variables aléatoires. Exemples.~~
- 
- ~~252 Loi binomiale. Loi de POISSON. Applications.~~
- 
- 253 Utilisation de la notion de convexité en analyse.  
Méthode du gradient conjugué – Courbe brachistochrone
- 
- 254 Espaces de SCHWARTZ  $S(\mathbf{R}^d)$  et distributions tempérées. Transformation de FOURIER dans  $S(\mathbf{R}^d)$  et  $S'(\mathbf{R}^d)$ .  
Formule de Poisson – Inversion de Fourier  $S'$
- 
- 255 Espaces de Schwartz. Distributions. Dérivation au sens des distributions.  
Formule de Poisson – Inversion de Fourier  $S'$
- 
- 260 Espérance, variance et moments d'une variable aléatoire.  
Galton–Watson – Théorème de Bernstein
- 
- 261 Fonction caractéristique et transformée de Laplace d'une variable aléatoire. Exemples et applications.  
Galton–Watson – Transformée de Fourier de la Gaussienne
- 
- 262 Modes de convergence d'une suite de variables aléatoires. Exemples et applications.  
Théorème central limite – Théorème de Riesz–Fischer
- 
- 263 Variables aléatoires à densité. Exemples et applications.  
Théorème central limite – Transformée de Fourier de la Gaussienne
- 
- 264 Variables aléatoires discrètes. Exemples et applications.  
Nombres normaux – Théorème de Bernstein
- 

*Reformulation de certaines leçons d'analyse et probabilités pour la session 2014.*

- ~~219 Extremums : existence, caractérisation, recherche. Exemples et applications~~
- 
- ~~220 Équations différentielles  $X' = f(t, X)$ . Exemples d'étude des solutions en dimension 1 et 2.~~
- 
- ~~223 Suites numériques. Convergence, valeurs d'adhérence. Exemples et applications.~~
- 
- ~~224 Exemples de développements asymptotiques de suites et de fonctions.~~
-

~~226 Suites vectorielles et réelles définies par une relation de récurrence  $u_{n+1} = f(u_n)$ . Exemples et applications.~~

---

~~245 Fonctions holomorphes sur un ouvert de  $\mathbb{C}$ . Exemples et applications.~~

---