

Groupe de lecture : représentations irréductibles du groupe symétrique

Salim ROSTAM

Premier semestre 2019–2020

Créneau 15h30–17h30. Exposés de 50 minutes.

Parties relevant du sujet (mais les autres sont également intéressantes!) :

- [FuHa] : chapitres 1–4 ;
- [JaKe] : chapitres 1, 7 ;
- [Sag] : chapitres 1–2 ;
- [Ser] : chapitres 1–2, 5–6.

On trouvera dans [Der] une version en français de la partie de [Sag] qui nous intéresse. En ce qui concerne le programme des séances, vous pouvez éventuellement transvaser des parties d'un binôme à l'autre mais demandez-moi avant de procéder à tout changement. Si vous avez trop de temps, n'hésitez surtout pas à faire des exemples !

Séance 0 Introduction : correspondance de Robinson-Schensted, conséquence combinatoire, interprétation en termes de théorie des représentations.

Séance 1 Introduction à la théorie des représentations. Lien entre représentations d'un groupe G et $\mathbb{C}[G]$ -modules.

1. Binôme : Élie Odin et Sacha Voynot.
(*) Ce qui est nécessaire dans le [FuHa] pour énoncer le Theorem 2.12.
2. Binôme : Sophie Jaffard et Thomas Bouchet.
Corollaires de [FuHa, Theorem 2.12]. Classe de conjugaison de \mathfrak{S}_n [Sag, §1.1]. Exemples de représentations de petits \mathfrak{S}_n ([FuHa, Ser, Sag]).

Séance 2 Sous-groupes de Young, tableaux, tabloïdes.

1. Binôme : Juliette Veuilleux et Tom Bachard
Représentation induite : [FuHa, §3.3] et [Sag, §1.12]. Puis [Sag, §2.1] jusqu'avant la Definition 2.1.3.
2. Binôme : Hugo Chemin et Vincent Louatron
Le module de permutation M^λ . Suite de [Sag, §2.1].

Séance 3 Modules de Specht

1. Binôme : Joseph Hachem et Vincent Malot
Ordres de dominance et lexicographique sur les partitions [Sag, §2.2]. Modules de Specht [Sag, §2.3] jusqu'à la définition de κ_t (avant la Definition 2.3.2).
2. Binôme : Paul Mansanarez et Arnaud Nerrière
(*) Modules de Specht. Suite de [Sag, §2.3].

Séance 4 Les modules de Specht forment une famille complète de modules irréductibles sur \mathbb{C} .

1. Binôme : Antoine Dequay et Mathieu Vallée
Le lemme du signe. [Sag, §2.4] jusqu'au Theorem 2.4.4 (Théorème du sous-module de James, inclus)
2. Binôme : Sylvain Procope-Mamert et Issa-Mbenard Dabo
(*) Suite de [Sag, §2.4]. Énoncé du théorème principal des deux séances suivantes [Sag, Theorem 2.5.2]. Exemples et formule des équerrres [Sag, §3.10].

Séance 5 Dimension des modules de Specht sur \mathbb{C} - I

1. Binôme : Guillaume Leloup et Fabrice Étienne
Ordre de dominance pour les tabloïdes. [Sag, §2.4] jusqu'au Corollary 2.5.6 (inclus).
2. Binôme : Dorian Cacitti et Nathanaël Munier
La famille est libre. Suite de [Sag, §2.4]. Explication de l'étape d'après (introduction de [Sag, §2.6]).

Séance 6 Dimension des modules de Specht sur \mathbb{C} - II

1. Binôme : Arnaud Hautecoeur et Nicolas Moench
(*) Éléments de Garnir. [Sag, §2.6] jusqu'au Theorem 2.6.4 (inclus).
2. Binôme : Michaël Mabelle et Ruben Chenevat
Suite et fin de [Sag, §2.6].

Références

- [Der] M. DERRIEN, *Représentations du groupe symétrique*. Rapport de stage de L3, Université de Brest. http://perso.eleves.ens-rennes.fr/people/Gwendal.Soisnard/Rapports_2016/Marie_Derrien_35667.pdf
- [FuHa] W. FULTON et J. HARRIS, *Representation Theory, A First Course*. Springer-Verlag (1991).
- [JaKe] G. JAMES et A. KERBER, *The Representation Theory of the Symmetric Group*. Encyclopedia of Mathematics and its Applications **16**, Addison-Wesley (1981).
- [Sag] B. E. SAGAN, *The Symmetric Group : Representations, Combinatorial Algorithms, and Symmetric Functions* (second edition). Graduate Texts in Mathematics, Springer (2001).
- [Ser] J.-P. SERRE, *Représentations linéaires des groupes finis*. Méthodes, Hermann (1998).