

# Groupe de lecture : représentations irréductibles du groupe symétrique

2 novembre - 15 décembre 2020

Présence obligatoire! Créneau 15h30–17h30 (possiblement 17h). Exposés de 40 minutes. J’enverrai les références par courriel, vous pouvez aussi les récupérer à la bibliothèque. **La préparation prend du temps**, il faut au moins y consacrer quelques jours! Je ne garantis pas de réponse aux mails de dernière minute.

Parties relevant du sujet (mais les autres sont également intéressantes) :

- [FuHa] : chapitres 1 à 4;
- [JaKe] : chapitres 1 et 7;
- [Sag] : chapitres 1 et 2;
- [Ser] : chapitres 1, 2, 5 et 6.
- [Mal] : chapitres 3 et 6.

On trouvera dans [Der] une version en français de la partie de [Sag] qui nous intéresse. En ce qui concerne le programme des séances, vous pouvez éventuellement transvaser des parties d’un binôme à l’autre mais demandez-moi avant de procéder à tout changement. Si vous avez trop de temps, n’hésitez surtout pas à faire des exemples! Si c’est possible, il est bien de changer les exemples que vous trouvez dans les références.

**Séance 0** Introduction : correspondance de Robinson-Schensted, conséquence combinatoire, interprétation en termes de théorie des représentations (notes disponibles sur Teams).

**Séance 1 (10/11)** Introduction à la théorie des représentations. Lien entre représentations d’un groupe  $G$  et  $\mathbb{C}[G]$ -modules.

1. Binôme : Téofil Adamski et Antoine Médoc.

Rudiments de représentations des groupes finis. [FuHa, Lecture 1]. (Ne pas faire la partie unicité de la Proposition 1.8.)

2. Binôme : Rafik Souanef et Iago Cottier.

Caractères. §2.1 et §2.2 de [FuHa]. Partie unicité de la Proposition 1.8 (Corollaire 2.16).

**Séance 2 (17/11)** Sous-groupes de Young, tableaux, tabloïdes.

1. Binôme : Iris Gilabert et Sébastien Moskowitz.

Classes de conjugaison de  $\mathfrak{S}_n$  ([Sag, §1.1]). Exemples de représentations de petits  $\mathfrak{S}_n$  ([FuHa, Ser, Sag]) et d’autres petits groupes ([Ser]).

2. Binôme : Jad Abou-Yassin et Jérôme Milot.

Le module de permutation  $M^\lambda$ . [Sag, §2.1] à partir de Definition 2.1.3.

### Séance 3 (24/11) Modules de Specht

1. Binôme : Antoine Galet et Robin Kouba.  
Ordres de dominance et lexicographique sur les partitions [Sag, §2.2]. Modules de Specht [Sag, §2.3] jusqu'à la définition de  $\kappa_t$  (avant la Définition 2.3.2).
2. Binôme : Lucas Pariente et Walid El-Ouadghiri.  
Modules de Specht. Suite de [Sag, §2.3].

### Séance 4 (01/12) Modules de Specht sur $\mathbb{C}$ .

1. Binôme : Thibault Favier et Victor Thuot.  
Les modules de Specht forment une famille complète de modules irréductibles. [Sag, §2.4] (sans le dernier corollaire).
2. Binôme : Florian Tilliet et Perrine Jouteur.  
Les polytabloïdes de tableaux standards forment une famille libre. [Sag, §2.5].

### Séance 5 (08/12) Dimension des modules de Specht sur $\mathbb{C}$ .

1. Binôme : Joseph Winspeare et Pauline Hellio.  
(\* ) Éléments de Garnir. [Sag, §2.6] jusqu'à avant le Theorem 2.6.4.
2. Binôme : Julie Reina et Théo Fradin.  
Les polytabloïdes de tableaux standards forment une famille génératrice. Suite et fin de [Sag, §2.6]. Rappeler que l'égalité du point 3 du Theorem 2.6.5 est la formule donnée lors de la séance introductive.

### Séance 6 (15/12) Règles de branchement.

1. Binôme : Nathanaël Hassler et Romain Périer.  
Règle de branchement pour la restriction. [Sag, §2.8] (ne pas faire le point 2 du Theorem 2.8.3).
2. Binôme : Jules Besson et Éloan Rapon.  
(\* ) Représentation induite : [FuHa, §3.3] jusqu'à l'Exercice 3.16 (exclus) puis (3.18). Formule de réciprocity de Frobenius ([Sag, Theorem 1.12.6]). Règle de branchement pour l'induction (point 2 de [Sag, Theorem 2.8.3]).

## Références

- [Der] M. DERRIEN, *Représentations du groupe symétrique*. Rapport de stage de L3, Université de Brest. [http://perso.eleves.ens-rennes.fr/people/Gwendal.Soisnard/Rapports\\_2016/Marie\\_Derrien\\_35667.pdf](http://perso.eleves.ens-rennes.fr/people/Gwendal.Soisnard/Rapports_2016/Marie_Derrien_35667.pdf)
- [FuHa] W. FULTON et J. HARRIS, *Representation Theory, A First Course*. Springer-Verlag (1991).
- [JaKe] G. JAMES et A. KERBER, *The Representation Theory of the Symmetric Group*. Encyclopedia of Mathematics and its Applications **16**, Addison-Wesley (1981).
- [Mal] M.-P. MALLIAVIN, *Les groupes finis et leurs représentations complexes*. Collection Maîtrise de mathématiques pures, Masson (1981).
- [Sag] B. E. SAGAN, *The Symmetric Group : Representations, Combinatorial Algorithms, and Symmetric Functions* (second edition). Graduate Texts in Mathematics, Springer (2001).
- [Ser] J.-P. SERRE, *Représentations linéaires des groupes finis*. Méthodes, Hermann (1998).