

On ne demande pas d'expliciter la modélisation dans les exercices. Téléphones, calculatrices et documents sont interdits.

Cours :

1. Donner la définition d'une mesure de probabilité.
2. Donner la définition d'une variable aléatoire.
3. Quand dit-on de deux événements A et B qu'ils sont indépendants ?

Exercice 1 : La commode d'Alice possède 5 tiroirs. Initialement, la commode est vide. Alice lance une pièce. Si la pièce donne pile, Alice choisit l'un des tiroirs de manière uniforme et y place une clémentine. Si la pièce donne face, Alice mange la clémentine.

Bob a ouvert les quatre premiers tiroirs et n'a rien trouvé. Quelle est la probabilité que le dernier tiroir contienne la clémentine ?

Exercice 2 : Les résultats numériques finaux seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

Vous disposez de deux pièces. L'une est équilibrée : quand on la lance, elle tombe sur pile avec une probabilité de $1/2$, sur face avec une probabilité de $1/2$. L'autre est pipée : quand on la lance, elle tombe sur pile avec une probabilité de $1/4$, sur face avec une probabilité de $3/4$.

1. Vous choisissez l'une des deux pièces au hasard et la lancez une fois. Quelle est la probabilité qu'elle tombe sur pile ?
2. Vous choisissez l'une des deux pièces au hasard et la lancez une fois. Quelle est la probabilité qu'elle tombe sur face ?
3. Vous choisissez l'une des deux pièces au hasard et la lancez deux fois. Quelle est la probabilité qu'elle tombe deux fois sur pile ?
4. Vous choisissez l'une des deux pièces au hasard et la lancez deux fois. Quelle est la probabilité qu'elle tombe deux fois sur face ?
5. Vous choisissez l'une des deux pièces au hasard et la lancez une fois. Elle tombe sur pile. Quelle est la probabilité que ce soit la pièce équilibrée ?
6. Vous choisissez l'une des deux pièces au hasard et la lancez deux fois. Elle tombe deux fois sur pile. Quelle est la probabilité que ce soit la pièce équilibrée ?
7. Vous choisissez l'une des deux pièces au hasard et la lancez deux fois. Elle tombe deux fois sur pile. Vous la lancez une troisième fois. Quelle est la probabilité qu'elle tombe une nouvelle fois sur pile ?

Exercice 3 : On lance 3 dés. On note S la somme des valeurs données par les dés, T leur produit et N le nombre de dés ayant donné un résultat supérieur ou égal à 3.

- Quelle est la loi de N ?
- Donner l'espérance de S , T , N et de ST .

Exercice 4 : Les figures suivantes comportent plusieurs éléments :

- Un rond blanc : c'est le point de départ.
- Un rond noir : c'est le point d'arrivée.
- Des segments : ce sont les chemins que l'on peut emprunter.
- Des carrés : ce sont des portes. Chacune de ces portes est ouverte avec probabilité p et fermée sinon. Les états des différentes portes sont indépendants.

Par exemple, dans la figure suivante (que l'on ne demande pas d'étudier), il existe un chemin du point de départ au point d'arrivée n'empruntant que des portes ouvertes si et seulement si la porte 1 est ouverte. Cet évènement a donc une probabilité p . Donner, pour les figures suivantes

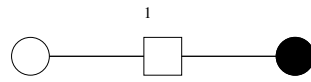


FIGURE 1 –

(de 2 à 5), la probabilité qu'il existe au moins un chemin du point de départ au point d'arrivée n'empruntant que des portes ouvertes.



FIGURE 2 –

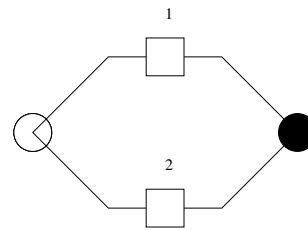


FIGURE 3 –

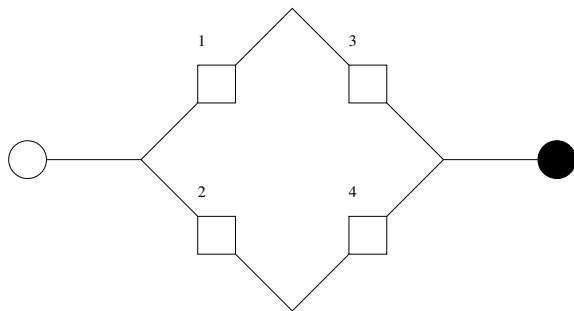


FIGURE 4 –

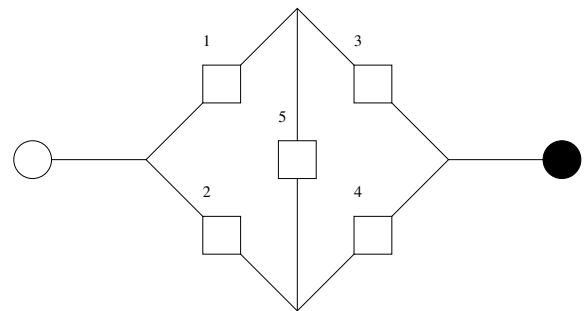


FIGURE 5 –