

**TD Licence 3 – Optimisation et aide à la décision****Série 2 - Calcul matriciel****Exercice 1**

On définit les matrices de dimension  $(2, 2)$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

1. Calculer les matrices  $A + B$ ,  $B + A$  et  $B + I$ .
2. Calculer les matrices  $A^2$  et  $A^3$ .
3. Calculer les matrices  $AB$ ,  $BA$ ,  $AI$  et  $IA$ .
4. Calculer les matrices  $AB + AI$  et  $A(B + I)$ .

**Exercice 2**

Soit la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

1. Donner une stratégie permettant de déterminer  $A^{49}$  avec un minimum de calculs.
2. Calculer  $A^2$ , puis  $A^4$ . Que peut-on en conclure?
3. Calculer  $A^{49}$ .
4. Soit

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Calculer  $B^{53}$ .

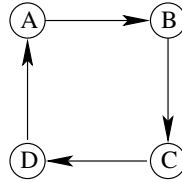
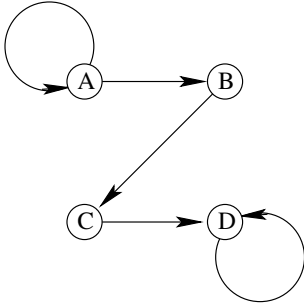
**Exercice 3**

Soit la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

1. Calculer  $A^2$  et  $A^3$  au sens usuel.
2. Calculer  $A^2$  et  $A^3$  au sens booléen.

#### Exercice 4



Pour chacun des graphes ci-dessus,

1. Déterminer la matrice d'adjacence  $M$ .
2. Déterminer les matrices  $M^2$ ,  $M^3$  et  $M^4$  (au sens booléen) de passage en 2, 3 et 4 pas.
3. Déterminer la matrice d'adjacence  $T$  de la clôture transitive.
4. Déterminer les composantes fortement connexes.