

## 1<sup>ère</sup> SESSION DU 2<sup>ème</sup> SEMESTRE 2007-2008

Mention / Parcours / Spécialité :

Année :

1

2

3

Intitulé de l'épreuve : Optimisation et systèmes d'aide à la décision

Durée de l'épreuve : 3 heures

Documents autorisés : Résumé du cours, 4 pages A4

Matériels autorisés : Calculatrice non programmable

P1/3

### SUJET

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction.  
Les points sont donnés à titre indicatif.

#### Problème 1 [4 points]

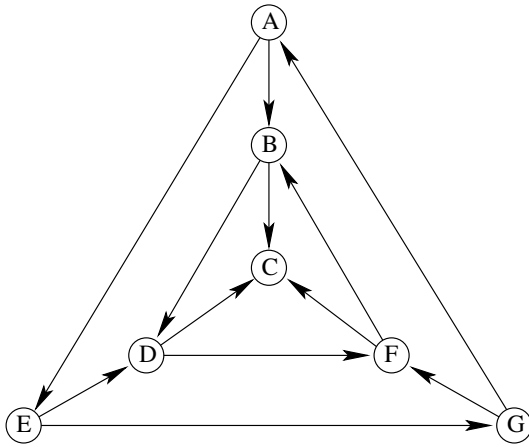
Une banque située Place du Martroi (M) désire poser des lignes sécurisées la reliant à des distributeurs à Fleury-les-Aubrais (A), Saint-Jean-de-Braye (B), La Chapelle-Saint-Mesmin (C), Saint-Denis-en-Val (D), Olivet (O), Saint-Pryvé-Saint-Mesmin (P), Saint-Jean-de-la-Ruelle (R) et La Source (S). Les distances des lignes envisagées sont données dans le tableau suivant.

	A	B	C	D	M	O	P	R	S
A	-								
B	5	-							
C	8	12	-						
D	9	6	12	-					
M	5	6	6	7	-				
O	9	9	5	5	4	-			
P	8	12	3	9	5	4	-		
R	6	9	5	10	3	6	5	-	
S	14	14	16	6	10	6	9	13	-

Sachant qu'un arbre recouvrant suffit à assurer toutes les connexions, déterminer une solution utilisant le moins de kilomètres de câbles possible. Préciser l'algorithme utilisé et en indiquer les principales étapes. On représentera la solution sous forme d'arbre.

**Problème 2 [4 points]**

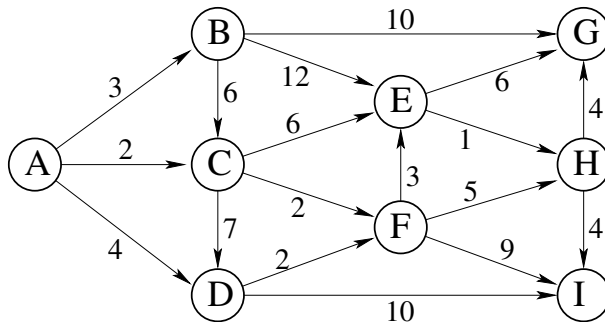
Soit le graphe orienté suivant.



1. Déterminer la matrice d'adjacence  $M$  de ce graphe.
2. Déterminer les matrices  $M^2$  et  $M^3$  (au sens booléen).
3. Déterminer la matrice d'adjacence  $T$  de la clôture transitive de ce graphe.
4. Déterminer les composantes fortement connexes de ce graphe.

**Problème 3 [4 points]**

Le centre d'une petite ville ne comprend que des rues à sens unique, selon le plan suivant (les nombres indiquent les temps de parcours en minutes).



1. Déterminer un chemin de temps (poids) minimal depuis A vers tout autre sommet. Préciser l'algorithme utilisé et en indiquer les principales étapes. On représentera la solution sous forme d'arborescence.
2. Déterminer un chemin de temps (poids) maximal depuis A vers tout autre sommet. Préciser l'algorithme utilisé et en indiquer les principales étapes. On représentera la solution sous forme d'arborescence.

**Problème 4 [4 points]**

Ugolin, ramasseur de truffes dans le Luberon, a fait des dépôts de truffes aux lieux secrets X, Y et Z. Il a le choix d'écouler sa marchandise dans les marchés d'Apt, Bonnieux et Cavaillon. Les distances entre dépôts et marchés sont données dans le tableau suivant:

	X	Y	Z
Apt	40 km	10 km	40 km
Bonnieux	50 km	10 km	30 km
Cavaillon	20 km	40 km	10 km

Dans un premier temps, Ugolin décide d'associer un seul dépôt à chaque marché, des dépôts différents étant associés à des marchés différents, et d'envoyer 100 g de marchandise à chaque marché.

Déterminer une affectation permettant de minimiser la distance totale parcourue, en utilisant l'algorithme hongrois.

**Problème 5 [4 points]**

On reprend les données du problème précédent. Ugolin dispose de stocks de truffes de 12 kg en X, 5 kg en Y et 8 kg en Z. Une étude de marché montre qu'il pourra écouler 8 kg à Apt, 9 kg à Bonnieux et 8 kg à Cavaillon. On suppose que le transport lui coûte un Euro par kilogramme de truffes et par kilomètre parcouru.

Formuler ce problème comme un problème de transport, et en déterminer une solution de coût minimal, en utilisant l'algorithme de votre choix. On demande de montrer que la solution obtenue est bien optimale, et de donner son coût.