

TD Mathématiques financières

Série 4 – Le modèle binomial

Exercice 1

On considère le modèle de marché à deux états sur une période décrit par le tableau suivant (en prix réactualisés):

Ω	\bar{S}_0	\bar{S}_1
ω^1	(1, 5)	(1, 3)
ω^2	(1, 5)	(1, 6)

Une banque émet une option de vente au prix d'exercice (réactualisé) \bar{K} , de fonction de paiement $\bar{f} = (\bar{K} - \bar{S}_1)_+$. Déterminer le prix et la stratégie de couverture de cette option en fonction de \bar{K} .

Exercice 2

On considère le modèle de marché réactualisé décrit par le tableau:

Ω	\bar{S}_0	\bar{S}_1	\bar{S}_2
ω^1	(1, 5)	(1, 3)	(1, 2)
ω^2	(1, 5)	(1, 3)	(1, 7)
ω^3	(1, 5)	(1, 6)	(1, 4)
ω^4	(1, 5)	(1, 6)	(1, 10)

1. Neutraliser ce marché financier. Autrement dit, déterminer l'unique probabilité \mathbb{P}^* sur $\Omega = \{\omega^1, \omega^2, \omega^3, \omega^4\}$ telle que

$$\mathbb{E}^* \{ \bar{S}_k^2 \mid \bar{S}_{k-1}^2 \} = \bar{S}_k^2 \quad k = 1, 2.$$

2. Déterminer un portefeuille de couverture pour une option de fonction de paiement (réactualisée) $\bar{f} = g(\bar{S}_2^2)$.
3. Vérifier que ce portefeuille de couverture permettra à l'émetteur de l'option d'honorer son contrat dans chaque jeu d'aléas.
4. Déterminer le prix et le portefeuille de couverture d'une option d'achat de prix d'exercice réactualisé $\bar{K} = 9$.
5. Déterminer le prix et le portefeuille de couverture d'une option de vente de prix d'exercice réactualisé $\bar{K} = 7$.