

## TD Mathématiques financières

### Série 5 – Portefeuilles de couverture

#### Exercice 1

On considère le marché financier à 2 titres suivant :

$$\begin{aligned} dX_0(t) &= \rho X_0(t) dt & X_0(0) &= 1, \\ dX_1(t) &= \alpha X_1(t) dt + \sigma dB(t) & X_1(0) &= x_1. \end{aligned}$$

1. Trouver explicitement  $X_0(t)$  et  $X_1(t)$ .
2. Normaliser le marché et déterminer la mesure de risque neutre  $\mathbb{Q}$ .
3. Ecrire et résoudre les équations du marché non normalisé par rapport au  $\mathbb{Q}$ -mouvement Brownien  $\tilde{B}(t)$ .
4. Déterminer le prix d'une option de fonction de paiement  $F(\omega) = e^{X_1(T)}$ .
5. Calculer le portefeuille de couverture de l'option ci-dessus.

#### Exercice 2

On considère le marché financier à 2 titres suivant :

$$\begin{aligned} dX_0(t) &= \rho X_0(t) dt & X_0(0) &= 1, \\ dX_1(t) &= \gamma dB(t) & X_1(0) &= x_1. \end{aligned}$$

1. Trouver explicitement  $X_0(t)$  et  $X_1(t)$ .
2. Normaliser le marché et déterminer la mesure de risque neutre  $\mathbb{Q}$ .
3. Ecrire et résoudre les équations du marché non normalisé par rapport au  $\mathbb{Q}$ -mouvement Brownien  $\tilde{B}(t)$ .
4. Déterminer le prix d'une option de fonction de paiement  $F(\omega) = B(T)$ .
5. Calculer le portefeuille de couverture de l'option ci-dessus.