

TD Mathématiques financières

Série 5 – Portefeuilles de couverture

Exercice 1

On considère le marché financier à 2 titres suivant :

$$\begin{aligned} dX_0(t) &= \rho X_0(t) dt & X_0(0) &= 1, \\ dX_1(t) &= \alpha X_1(t) dt + \sigma dB(t) & X_1(0) &= x_1. \end{aligned}$$

1. Trouver explicitement $X_0(t)$ et $X_1(t)$.
2. Normaliser le marché et déterminer la mesure de risque neutre \mathbb{Q} .
3. Ecrire et résoudre les équations du marché non normalisé par rapport au \mathbb{Q} -mouvement Brownien $\tilde{B}(t)$.
4. Déterminer le prix d'une option de fonction de paiement $F(\omega) = e^{X_1(T)}$.
5. Calculer le portefeuille de couverture de l'option ci-dessus.

Exercice 2

On considère le marché financier à 2 titres suivant :

$$\begin{aligned} dX_0(t) &= \rho X_0(t) dt & X_0(0) &= 1, \\ dX_1(t) &= \gamma dB(t) & X_1(0) &= x_1. \end{aligned}$$

1. Trouver explicitement $X_0(t)$ et $X_1(t)$.
2. Normaliser le marché et déterminer la mesure de risque neutre \mathbb{Q} .
3. Ecrire et résoudre les équations du marché non normalisé par rapport au \mathbb{Q} -mouvement Brownien $\tilde{B}(t)$.
4. Déterminer le prix d'une option de fonction de paiement $F(\omega) = B(T)$.
5. Calculer le portefeuille de couverture de l'option ci-dessus.