

TD Mathématiques financières

Série 4 – Marchés viables et marchés complets

On considère les modèles de marchés normalisés ($dX_0(t) = 0$) suivants :

a.

$$\begin{cases} dX_1(t) = 3 dt + dB_1(t) + dB_2(t) , \\ dX_2(t) = - dt + dB_1(t) - dB_2(t) . \end{cases}$$

b.

$$\begin{cases} dX_1(t) = dt + dB_1(t) + dB_2(t) - dB_3(t) , \\ dX_2(t) = 5 dt - dB_1(t) + dB_2(t) + dB_3(t) . \end{cases}$$

c.

$$\begin{cases} dX_1(t) = dt + dB_1(t) + dB_2(t) - dB_3(t) , \\ dX_2(t) = 5 dt - dB_1(t) - dB_2(t) + dB_3(t) . \end{cases}$$

d.

$$\begin{cases} dX_1(t) = dt + dB_1(t) + dB_2(t) - dB_3(t) , \\ dX_2(t) = -3 dt - 3 dB_1(t) - 3 dB_2(t) + 3 dB_3(t) . \end{cases}$$

e.

$$\begin{cases} dX_1(t) = dt + dB_1(t) + dB_2(t) , \\ dX_2(t) = 2 dt + dB_1(t) - dB_2(t) , \\ dX_3(t) = 3 dt - dB_1(t) + dB_2(t) . \end{cases}$$

f.

$$\begin{cases} dX_1(t) = dt + dB_1(t) + dB_2(t) , \\ dX_2(t) = 2 dt + dB_1(t) - dB_2(t) , \\ dX_3(t) = -2 dt - dB_1(t) + dB_2(t) . \end{cases}$$

Exercice 1

1. Déterminer lesquels parmi les marchés ci-dessus sont viables.
2. Donner, pour chaque marché non viable, une opportunité d'arbitrage.

Exercice 2

1. Déterminer lesquels parmi les marchés ci-dessus sont complets.
2. Pour chaque marché incomplet, donner un exemple de fonction de paiement non atteignable.