

Feuille 6

**Exercice 1**

Une urne contient initialement une boule blanche et une boule noire. On y effectue trois tirages successifs de la façon suivante: à l'issue de chaque tirage on remet dans l'urne la boule obtenue ainsi qu'une autre de boule de la même couleur. On note  $X$  le nombre de boules blanches obtenues au cours des trois tirages. Déterminer la loi de  $X$ .

**Exercice 2**

On lance simultanément un dé blanc et un dé rouge, on note  $X_b$  la variable aléatoire égale au résultat du dé blanc, et  $X_r$  celle associée au dé rouge.

- Déterminer la loi, l'espérance et la variance de  $X_b$  et  $X_r$ .
- Les variables  $X_b$  et  $X_r$  sont-elles indépendantes?
- Calculer l'espérance, la variance et l'écart-type de  $X = X_b + X_r$  ( $X$  est la variable aléatoire égale à la somme des deux résultats obtenus).

**Exercice 3**

Un sac contient quatre jetons rouges numérotés de 0 à 3, et trois jetons bleus numérotés de 1 à 3. Les jetons sont indiscernables au toucher. On extrait simultanément deux jetons du sac. On considère la variable aléatoire  $X$  égale à la plus grande valeur obtenue et  $Y$  celle égale à la plus petite.

- Déterminer la loi, l'espérance et la variance de  $X$  et  $Y$ .
- Déterminer la loi conjointe de  $X$  et  $Y$ .
- Les variables  $X$  et  $Y$  sont-elles indépendantes?
- Calculer l'espérance et la variance de la variable aléatoire  $Z := X + Y$ .
- calculer les espérances conditionnelles  $P(\{Y = 0\}/\{X = 1\})$ ,  $P(\{Y = 3\}/\{X = 3\})$  et  $P(\{X = 3\}/\{Y = 3\})$ .

**Exercice 4**

Soient  $X$  et  $Y$  deux variables aléatoires dont la loi conjointe est donnée dans le tableau suivant:

$X \setminus Y$	-1	2	7
1	1/8	1/4	1/8
5	1/4	1/8	1/8

- Déterminer les lois marginales de  $X$  et  $Y$ .
- Calculer l'espérance et la variance de  $X$  et  $Y$ .
- Les variables  $X$  et  $Y$  sont-elles indépendantes?
- Calculer l'espérance et la variance de la variable aléatoire  $Z := X + Y$ .