TP M26 Calcul matriciel

TP 1 – Introduction a Matlab

1. Définition de vecteurs et de matrices

Les commandes de base sont

- Définition d'un vecteur colonne: `x = [1; 2; 3]`
- Définition d'un vecteur ligne: `z = [1 -1 0]`
- Définition d'une matrice: `A = [1 2; 3 1]`

Introduire les vecteurs et matrices suivants:

$$x = \begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}, \qquad y = \begin{bmatrix}3\\4\\0\end{bmatrix}, \qquad z = \begin{bmatrix}1 & -1 & 0\end{bmatrix}, \qquad u = \begin{bmatrix}3\\2\end{bmatrix}, \qquad v = \begin{bmatrix}-2\\3\end{bmatrix}.$$

$$A = \begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 1\end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\0 & -1 & -2\end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix}1 & -1\\0 & -2\\1 & -3\end{bmatrix}.$$

2. Opérations de base

Quelques opérations de base sur les vecteurs et matrices sont:

- Transposition: `x', A'`
- Norme: `norm(x)`
- Somme et différence: `x + y, x - y`
- Produit: `A * B`
- Puissance: `A^3`

Appliquer ces opérations sur les vecteurs et matrices ci-dessus. On vérifiera en particulier que $(AB)x = A(Bx)$ et que $(AB)^T = B^T A^T$.

3. Matrices particulières

Voici quelques exemples de matrices prédéfinies dans Matlab:
`eye(n), ones(n), pascal(n), magic(n)`, où `n` est un entier positif.

- Calculer `ones(n)^m` pour différents `n` et `m` et interpréter le résultat.
- Calculer `ones(3) * magic(3)` et interpréter le résultat.
- Que peut-on dire de `pascal(2)^n`? De `imagesc(mod(pascal(n),2))`?

4. Représentation graphique

Soit u un vecteur colonne de dimension n et A une matrice $n \times n$. Le programme suivant génère une matrice X dont les colonnes sont u, Au, A^2u, $\ldots A^{10}u$.

```
X = [];
for j=0:1:10 X = [X A^j * u];
end
```

La commande `plot(X(1,:),X(2,:),'o')` permet d'afficher les points $A^j u$.
Appliquer ce procédé aux matrices

$$\begin{bmatrix}\lambda & 0\\0 & \lambda\end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix}\lambda\cos\alpha & -\lambda\sin\alpha\\ \lambda\sin\alpha & \lambda\cos\alpha\end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix}\lambda & 0\\0 & 1/\lambda\end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix}\lambda & 1\\0 & \lambda\end{bmatrix}$$

pour différentes valeurs de α et λ. Interpréter les résultats.