

TD M26 Calcul matriciel

Série 2 – Matrices

Exercice 1

On se donne les vecteurs

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad z = [1 \quad -1 \quad 0], \quad u = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad v = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

et les matrices

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

- Calculer (si défini) Ax , Ay , Au , Av , Bx , By , Bu , Bv .
- Calculer $A(u + v)$, $Au + Av$, $B(x + y)$, $Bx + By$.

Exercice 2

On donne les matrices

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad J = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad L = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Pour chaque matrice, trouver l'image des vecteurs de base e_1 , e_2 . Donner une interprétation géométrique de la transformation du plan correspondante.

Exercice 3

On considère les mêmes matrices et vecteurs qu'à l'exercice 1.

- Calculer $A(Bx)$, AB et $(AB)x$. Est-ce que $u^T v = uv^T$?
- Trouver la matrice d'une rotation d'angle $\pi/4$ composée avec une homotétie de rapport $\sqrt{2}$.
- Calculer $(AB)^T$, $B^T A^T$, $u \cdot Av$, $v \cdot Au$, $u \cdot A^T v$, $v \cdot A^T u$.

Exercice 4

On considère une chaîne alimentaire comprenant deux carnivores C_1 et C_2 , trois herbivores H_1 , H_2 , et H_3 , et quatre végétaux V_1 , V_2 , V_3 et V_4 . On admet que, durant une période d'un mois,

- le carnivore C_i a consommé une masse a_{ij} d'herbivores H_j ;
- en moyenne, chaque herbivore H_j a consommé une masse b_{jk} de végétal V_k ;
- chaque végétal V_k contenait du pesticide en concentration p_k .

Exprimer la quantité de pesticide absorbée par chaque carnivore sous forme de produit matriciel.