

Examen du 4 septembre 2003

Durée: 2 heures. Les calculatrices, les téléphones portables et la documentation ne sont pas autorisés.

**Problème 1 (4 points)**

On se donne les vecteurs et matrices suivants:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad u = [0 \quad -1 \quad -2]$$

Parmi les six produits  $Ax$ ,  $Au$ ,  $xA$ ,  $xu$ ,  $uA$ ,  $ux$ , déterminer ceux qui sont définis et les calculer.

**Problème 2 (7 points)**

Trouver toutes les solutions des systèmes d'équations suivants:

$$\begin{array}{ll} 2x + y - z = 0 & 2x - y + z = -3 \\ x + 2y - z = -2 & x + 2y - z = -1 \\ x - 4y + z = 5 & x + 4y - 2z = 0 \end{array}$$

**Problème 3 (7 points)**

On considère les matrices

$$B = \begin{bmatrix} 7 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \\ 3 & -3 & -8 \end{bmatrix}$$

Calculer leurs déterminants. Ces matrices sont-elles inversibles? Le cas échéant, calculer la matrice inverse.

**Problème 4 (4 points)**

On se donne la matrice

$$S = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

- Calculer les vecteurs propres et les valeurs propres de  $S$  et de  $S^2$ .
- Quelle est la transformation du plan décrite par  $S^2$ ?
- Déterminer  $S^{-1}$ . Peut-on le faire sans calculs?