

Examen du juin 2003

Durée: 2 heures. Les calculatrices, les téléphones portables et la documentation ne sont pas autorisés.

Problème 1 (7 points)

Trouver *toutes* les solutions des systèmes d'équations suivants:

$$\begin{array}{ll} 2x - y + z = 3 & 2x - 3y + z = -5 \\ -x + y - 3z = 3 & 3x - 2y - z = 0 \\ 3x + y + z = 3 & x - 4y + 3z = -10 \end{array}$$

Problème 2 (4 points)

On se donne les vecteurs et matrices suivants:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad u = [-2 \ 3]$$

Parmi les six produits Ax , Au , xA , xu , uA , ux , déterminer ceux qui sont définis et les calculer.

Problème 3 (7 points)

On considère les matrices

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ -4 & -3 & 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -7 \\ 2 & 3 & 4 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Calculer leurs déterminants. Ces matrices sont-elles inversibles? Le cas échéant, calculer la matrice inverse.

Problème 4 (4 points)

On se donne les matrices

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

- Calculer les vecteurs propres et les valeurs propres de S et T .
- Quelles sont les transformations du plan décrites par S et T ?
- Montrer que ST décrit une rotation dont on précisera l'angle.