

Examen du 5 septembre 2002

Durée: 2 heures. Les calculatrices et la documentation ne sont pas autorisés.

Problème 1 (7 points)

Trouver toutes les solutions des systèmes d'équations suivants:

$$\begin{array}{ll} x + y + z = 4 & 2x + y + z = 5 \\ 2x - y + z = 5 & x - y - z = 1 \\ x - 2y = 1 & x + z = 0 \end{array}$$

Problème 2 (4 points)

On se donne la matrice et le vecteur suivants:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad v = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

On désigne par A^T et v^T leurs transposées respectives. Les produits suivants sont-ils définis? Les calculer le cas échéant.

$$Av \quad A^T v \quad v^T A \quad vA \quad A^T A$$

Problème 3 (7 points)

On considère les matrices

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & -3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

Calculer leurs déterminants. Ces matrices sont-elles inversibles? Le cas échéant, calculer la matrice inverse.

Problème 4 (4 points)

Calculer les valeurs propres de la matrice

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

Déterminer les vecteurs propres associés. Que vaut le cosinus de l'angle entre les vecteurs propres?