

Examen du 4 juin 2002

Durée: 2 heures. Les calculatrices et la documentation ne sont pas autorisés.

Problème 1 (4 points)

On se donne le vecteur et la matrice suivants:

$$u = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

On désigne par u^T et A^T leurs transposées respectives. Les produits suivants sont-ils définis? Les calculer le cas échéant.

$$Au \quad A^T u \quad uu^T \quad AA^T \quad A^T A$$

Problème 2 (7 points)

Trouver toutes les solutions des systèmes d'équations suivants:

$$\begin{array}{ll} 2x + y - z = 5 & x - y - 2z = 1 \\ x - y + z = -2 & 2x + y - z = 5 \\ 2y + z = 6 & x + 2y + z = 4 \end{array}$$

Problème 3 (7 points)

On considère les matrices

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

Calculer leurs déterminants. Ces matrices sont-elles inversibles? Le cas échéant, calculer la matrice inverse.

Problème 4 (4 points)

Calculer les valeurs propres de la matrice

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Déterminer les vecteurs propres associés. Calculer l'angle entre les vecteurs propres.