

TD M1 – Algèbre**Série 4 – Modules****Exercice 1**

Soit $M = \mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$ et $\Lambda = \mathbb{Z}$.

1. Montrer que M est un \mathbb{Z} -module.
2. Déterminer les sous-modules de M .
3. M est-il libre?
4. M est-il simple?
5. M est-il semi-simple?

Exercice 2

Soit $E = \mathbb{R}^2$ et $\Lambda = \mathbb{M}_2(\mathbb{R})$, l'anneau des matrices 2×2 .

1. Montrer que E est un Λ -module.
2. E est-il libre?
3. E est-il simple?
4. E est-il semi-simple?

Exercice 3

Les modules suivants sont-ils libres sur \mathbb{Z} ? Le cas échéant, donner une base de M .

1. $M = \mathbb{Q}$.
2. $M = \mathbb{Z} + \sqrt{2}\mathbb{Z}$.