

IUT d'Orléans - Département d'Informatique
TD de Probabilités

Fiche 3
Indépendance et probabilités conditionnelles

Exercice 1 Dans un groupe de TP, il y a trois filles et deux garçons. Il est connu que 35% des garçons sont des fumeurs contre 20% seulement des filles. Trouver la probabilité qu'en interrogeant un étudiant sélectionné au hasard dans ce groupe de TP 1/ on choisisse un fumeur, $0,35 \cdot 2/5 + 0,2 \cdot 3/5 = 0,26$
2/ si c'est un fumeur, que ce soit une fille. $6/13 = 0,46$

Exercice 2 Dans l'exercice 3 de la fiche 2, les événements A et B sont-ils indépendants ? **Non**

Exercice 3 Un professeur sait par expérience que la chance de réussir son cours est 0.95 pour l'étudiant qui travaille régulièrement, de 0.5 pour celui ou celle qui travaille plus ou moins, et de 0.2 pour qui ne travaille pas du tout. Il estime, de plus, que parmi les élèves qui suivent son cours, 50 % travaillent régulièrement, 35% travaillent plus ou moins et 15% ne travaillent pas. Si l'on considère un étudiant au hasard dans un groupe auquel ce professeur enseigne, calculer la probabilité
1/ qu'il réussisse le cours, $0,95 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 0,35 + 0,2 \cdot 0,15 = 0,68$
2/ qu'ayant réussi le cours, il n'ait pas travaillé du tout. $0,2 \cdot 0,15 / 0,68 = 0,044$

Exercice 4 Les Anglais et les Américains orthographient le mot rigueur, respectivement, rigour et rigor. Un homme ayant pris une chambre dans un hôtel parisien a écrit ce mot sur un bout de papier. Or cet hôtel est exclusivement fréquenté par 40% d'Anglais et 60% d'Américains.
1/ Quelle est la probabilité qu'une lettre prise au hasard dans ce mot, soit une voyelle ? $1/2 \cdot 0,4 + 2/5 \cdot 0,6 = 0,44$
2/ Une lettre est tirée au hasard dans ce mot, c'est une voyelle. Quelle est la probabilité que l'auteur du mot soit Anglais ? $(1/2 \cdot 0,4) / 0,44 = 0,45$

Exercice 5 Un tireur vise une cible. Il dispose de trois cartouches mais il cesse de tirer dès qu'il a touché sa cible. Sa probabilité de toucher la cible au premier essai est 0.3, au second (si nécessaire) 0.5 et 0.6 au troisième si nécessaire. Calculer la probabilité que
1/ la cible soit touchée au second essai, $0,7 \cdot 0,5$
2/ trois essais soient effectués, $0,7 \cdot 0,5$
3/ la cible est atteinte. $0,3 + 0,7 \cdot 0,5 + 0,7 \cdot 0,5 \cdot 0,6$

Exercice 6 Deux cartes sont tirées au hasard dans un paquet de 52 cartes sans remise. Est-ce que les évènements “la première carte est un valet” et “la deuxième carte est un as” sont indépendants ? $P(A \cap B) = 4/52 * 4/51 \neq P(A) * P(B) = 4/52 * (4/52 * 3/51 + 48/52 * 4/52)$ **Pas Indépendants** Qu’en est-il si le tirage est avec remise ? **Clairement Indépendants**

Exercice 7 On jette deux dés. Est-ce que les évènements “il y a au moins un 6” et “la somme est 7” sont indépendants ? **Non** : $P(A \cap B) \neq P(A) * P(B)$

Exercice 8 Une urne contient 112 dés dont 56 sont équilibrés, alors que les autres sont biaisés de telle façon que 1 sort avec probabilité 1/2 et toutes les autres faces sortent avec probabilité 1/10.

1. On extrait de l’urne un dé au hasard et on indique par X le résultat du lancé. Quelle est la probabilité que $X = 3$? **Probabilité Totale** \Rightarrow
 $P(X=3) = 1/6 * 1/2 + 1/10 * 1/2 = 2/15$
2. On extrait de l’urne un dé au hasard qu’on lance deux fois. Sachant que les deux lancés ont donné 2 et 3, quelle est la probabilité que le dé choisi soit biaisé ? **Bayes** $\Rightarrow 36/136$