

IUT d'Orléans - Département d'Informatique
TD de Probabilités

Fiche 2
Calcul de Probabilités et Variables Aléatoires

Calcul de Probabilités

Cette partie a pour but de vous familiariser au calcul de la probabilité de l'union de deux événements et de vous entraîner à la décomposition d'un événement complexe en événements simples disjoints afin d'en calculer la probabilité.

Exercice 1

*A et B sont deux événements tels que $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.3$ et $P(A \cap B) = 0.1$. 1/ Quelle est la probabilité que A ou B arrive ? **0,8***

*2/ Quelle est la probabilité qu'exactement un des deux événements arrive ? **0,7***

*3/ Quelle est la probabilité que ni A ni B n'arrive ? **0,2***

*4/ Quelle est la probabilité qu'au plus un des deux événements arrive ? **0,9***

Indication : Faire un dessin pour chaque situation

Exercice 2 *Un magasin accepte les cartes de crédit American Express ou VISA. 24% de ses clients possèdent une carte American Express, 61% une VISA et 11% possèdent les deux. Quel est le pourcentage de clients ne possédant pas une carte de crédit acceptée par le magasin ? **26%***

Exercice 3 *Dans une population, 45 % des individus sont vaccinés contre la fièvre jaune, 60 pour-cent contre la diphtérie, et 30 contre les deux maladies. On introduit les deux événements A et B suivant : A : "être vacciné contre la fièvre jaune", et B : "être vacciné contre la diphtérie". Soit C l'événement "être vacciné contre aucune de ces deux maladies", exprimez C en fonction de A et B. Quelle est la probabilité de C ? $\bar{A} \cap \bar{B}$, 0.25.*

Exercice 4 *On joue à pile ou face en lançant une pièce trois fois. 1/ Quelle est la probabilité d'avoir face au moins une fois ? **7/8***

*2/ Quelle est la probabilité d'avoir exactement une face ? **3/8***

Exercice 5 *Une roulette a 38 cases, 18 sont noires, 18 sont rouges et 2 sont vertes. On suppose qu'à l'arrêt de la roulette la boule est dans une seule case. Je parie sur rouge, tu paries sur noir.*

*1/ Quelle est la probabilité que je gagne ? **18/38***

*2/ Quelle est la probabilité qu'au moins un de nous gagne ? **36/38***

*3/ Quelle est la probabilité qu'au moins un de nous perde ? **1***

Exercice 6 *Trois amis sont mis au hasard dans une classe parmi cinq. Quelle est la probabilité qu'ils soient tous les trois dans des classes différentes ? $(5 * 4 * 3)/5^3$*

Variables Aléatoires

Cette partie a pour but de lier la notion d'événement à la notion de variable aléatoire et d'établir la loi de probabilités qui lui est associée.

Exercice 7 *On lance simultanément deux dés équilibrés, les 6 faces de ces dés sont numérotées de 1 à 6. On introduit la variable aléatoire X qui prend pour valeur la somme des valeurs de chaque dé.*

1/ Donner des exemples d'événements disjoints et joints

2/ Donner la probabilité des événements suivants :

*a) $\{X = 1\}$, $\{X > 2\} \cap \{X \text{ est pair}\}$, $\{X \leq 3\} \cup \{X \text{ est impair}\}$ **0, 17/36, 19/36** .*

b) Etablir la loi de X .

Exercice 8 On choisit deux boules au hasard d'une urne en contenant 8 blanches, 4 noires et 2 oranges. Supposons que l'on reçoive 2 euros pour chaque boule noire tirée et que l'on perde 1 euro pour chaque boule blanche tirée, les boules oranges correspondant à un gain nul. Désignons les gains nets par X . Quelles sont les valeurs possibles de X et quelles sont les probabilités associées à ces valeurs ? $P(X=-2)=4/7*4/7$, $P(X=-1)=2*4/7*1/7$, $P(X=0)=1/7*1/7$, $P(X=1)=2*4/7*2/7$, $P(X=2)=2*2/7*1/7$, $P(X=4)=2/7*2/7$.

Exercice 9 Un vendeur a fixé deux rendez-vous pour vendre des encyclopédies. Au premier rendez-vous, il vendra un livre avec une probabilité 0,3 alors qu'au second, il en vendra un avec une probabilité 0,6. A chaque vente, il y a autant de chances de vendre le modèle de luxe qui coûte 180 euros que le modèle standard qui coûte 90 euros. Soit X la valeur totale en euros de toutes les ventes, donner la loi de X . $P(X=0)=0,7*0,4$, $P(X=90)=0,3*0,4/2+0,7*0,6/2$, $P(X=180)=0,3*0,4/2+0,7*0,6/2+0,3*0,6/4$, $P(X=270)=2*0,3*0,6/4$, $P(X=300)=0,3*0,6/4$

Exercice 10 Cinq nombres distincts sont distribués aléatoirement à des joueurs numérotés de 1 à 5. Lorsque deux joueurs comparent leur numéro, celui qui a le plus grand est déclaré vainqueur. Au départ, les joueurs 1 et 2 comparent leur numéro ; le vainqueur compare le sien avec le joueur numéro 3, etc. Soit X le nombre de fois où le joueur 1 gagne. Donner la loi de X . $P(X=0) = 1/2$, $P(X=1) = \frac{1}{3!}$, $P(X=2) = \frac{2!}{4!}$, $P(X=3) = \frac{3!}{5!}$, $P(X=4) = \frac{4!}{5!}$.

Exercice 11 Une variable aléatoire X prend 4 valeurs : 1,5, 2, 3,1 et 4. X a pour fonction de répartition $F(1,8) = 0,25$, $F(2) = 0,3$, $F(3,5)=0,9$, $F(4)=1$. Donner la loi de probabilité de X .

Exercice 12 On lance 4 fois une pièce équilibrée. X désigne le nombre de piles obtenu. Représenter graphiquement la loi de probabilité de X . Dessiner une binomiale $B(4, 1/2)$.